

名古屋大学 工学部 正会員 ○鈴木 壽
 名古屋大学 工学部 学生員 井ノ瀬良則
 名古屋大学 工学部 正会員 松尾 穂

1. はじめに これまでに確立してきた斜面の信頼性解析¹⁾における外力は、盛土および切土による荷重のみであった。しかし、実際の斜面の破壊はこれらの確定量とみなし得る外力よりも、降雨、地震などの不確定外力によって生じる場合が非常に多い。したがって、今後斜面の信頼性解析を具現化するには、これらの不確定外力を考慮できる解析手法を開発する必要がある。そこで、本報告では、その研究の一環として、まず降雨時の斜面の不飽和浸透解析法について検討を行なう。

2. 境界要素法による不飽和浸透解析の定式化 不飽和浸透解析についてはこれまでに多くの研究成果が得られているが、信頼性解析への導入の利便さも考慮して、ここではそれらの中でも最も単純なものを採用する。体積含水率 $\theta (= n S_r, S_r$: 飽和度, n : 間隙率), 水分拡散係数を D とすると、2次元不飽和浸透現象は次式のような拡散方程式で書き表わされる。

$$\frac{d\theta}{dt} = D \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) \quad (1)$$

図-1は具体的な解析対象とする切土斜面を示している。A-B間は道路の舗装面で、B-C間は切土ノリ面の吹き付け部であるので不透水面と考えられる。したがって降雨の影響を考慮せねばならない境界はC-D間で、その地表面では飽和含水状態($\theta_{sat.}$)とする。さらに地盤内における D , n は一ととする。また、E-F間は基礎面を示している。一般に、2次元領域 Ω 内で式(1)の拡散方程式が成立すれば、図-2のような境界条件を与えることができる。図-1を参照して単純化すれば、A-C, E-F間は Γ_1 ($\theta = \theta_{sat.}$)、C-D間は Γ_2 ($\theta = \theta_0 = 0$)となる。

境界要素法では、解こうとする問題を支配している微分方程式をGreenの定理によって積分形の方程式に変換し、この積分方程式を離散化して連立1次方程式に表わす必要がある。その際、領域 Ω 内で式(1)の基本解を満たさなければならない。拡散方程式の基本解(θ^*)は無限媒体について次式で定義される。

$$\theta^*(\xi, \zeta) = \frac{1}{4\pi D \zeta_s} \exp\left(-\frac{r^2}{4D\zeta_s}\right) - \dots \quad (2) \quad \theta^*(\xi, \zeta) = \theta^*(x, t, y, \tau) \equiv \frac{\partial}{\partial n(y)} \theta^*(x, t, y, \tau) \quad (3)$$

ここに、 ξ および ζ はそれぞれ内点 ξ および境界上の点 ζ における時間を表わすものとして、 $\xi \equiv (x, t)$, $\zeta \equiv (y, \tau)$ の記号を用いており、 $\zeta_s = t - \tau$, $r = |x(x) - x(y)|$ である。時間依存性の基本解を用いる定式化は時間領域 $[0 \sim T]$ についての積分を考慮する必要があり、支配微分方程式である式(1)の内辺に時間依存性の基本解式(2)を掛け、これを時空間領域全体にわたって積分すると次の恒等式となる。

$$\int_0^T \int_{\Omega} \left[\nabla^2 \theta(\xi') - \frac{1}{D} \frac{\partial \theta(\xi')}{\partial t} \right] \theta^*(\xi, \zeta') d\Omega d\tau' = 0 \quad (4)$$

ガウスの発散定理および時間についての積分を行ない、領域 Ω 内の任意点 ξ を y に近づける極限操作を行なうと次の境界積分方程式が得られる。

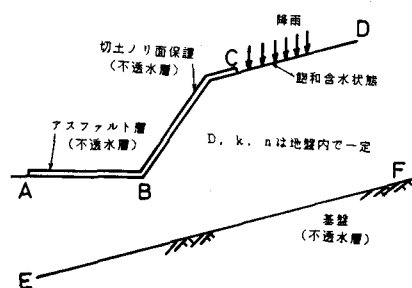


図-1 切土斜面の不飽和浸透解析

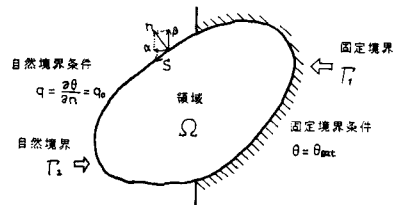


図-2 境界要素法の説明図

$$C(\psi)\theta(\xi)+\int_0^{\xi}D\theta^*(\xi,\psi)\theta(\xi')dP(\psi')d\xi'-\int_0^{\xi}D\theta^*(\xi,\psi')\theta(\xi)dP(\psi')d\xi' \\ =\int_{\Omega}B^*(\xi,\xi;t=0)\theta(\xi,t=0)d\Omega(\xi) \quad (5)$$

ただし、係数 C の値は点 ψ における境界の幾何形状に依存する定数であって等ポテンシャル条件を考慮することにより次式で計算することができる。

$$C(\psi)=-\lim_{\xi \rightarrow 0} D \int_0^{\xi} \theta^*(\xi, \psi') dP(\psi') d\xi' \quad (6)$$

式(5)の境界積分方程式を数値的に解くために境界 Ω を E 個の境界要素に分割し、時間ステップ $(t_k = t_{k-1} + \Delta t)$ ごとに関数 θ と θ^* が一定であると仮定すれば、次の代数方程式を得る。

$$[H]\{\tilde{\theta}\}_k - [G]\{\tilde{\theta}^*\}_k = [B]\{\phi_{\Omega}\}_{k-1} \quad (7)$$

$\{\tilde{\theta}\}_k$, $\{\tilde{\theta}^*\}_k$ は k 番目の時間ステップにおける境界 Γ 上の対応する関数の節点値ベクトルである。 $\{\phi_{\Omega}\}_{k-1}$ は領域 Ω 内の代表点における $k-1$ 番目の時間ステップの θ の値を表わしている。さらに、領域 Ω を L 個の要素に分割すると式(7)の $[H]$, $[G]$, $[B]$ の各成分は次式で与えられる。

$$H_{ij} = \begin{cases} -\frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma_j} \frac{r_{ij}^2}{r_{ij}} \exp\left(-\frac{r_{ij}^2}{4D\Delta t}\right) d\Gamma_j & (i \neq j) \\ \frac{1}{2} & (i = j) \end{cases} \quad (8)$$

$$G_{ij} = \frac{1}{4\pi} \int_{\Gamma_j} \int_{\Omega} \frac{\exp(-\theta)}{\theta} d\theta d\Gamma_j \quad (9)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{4\pi D \Delta t} \int_{\Omega_j} \exp\left(-\frac{r_{ij}^2}{4D\Delta t}\right) d\Omega_i \quad (10)$$

ここに、 r_{ij} は境界要素 Γ_i と Γ_j の距離、 $r_{ij}^2 = \frac{\partial}{\partial n} r_{ij}$, $\alpha = \frac{r_{ij}^2}{4D\Delta t}$ である。式(7)と式(8)~(10)を用いて $\{\tilde{\theta}\}$, $\{\tilde{\theta}^*\}$ が求められるので、次式により $\{\phi_{\Omega}\}_k$ を算定することができる。

$$\{\phi_{\Omega}\}_k = [\tilde{G}]\{\tilde{\theta}\}_k - [H]\{\tilde{\theta}^*\}_k + [B]\{\phi_{\Omega}\}_{k-1} \quad (11)$$

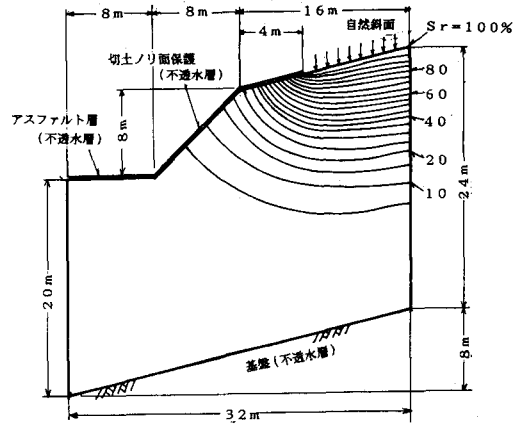
$$\tilde{H}_{ij} = -\frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma_j} \frac{r_{ij}^2}{r_{ij}} \exp\left(-\frac{r_{ij}^2}{4D\Delta t}\right) d\Gamma_j \quad (12)$$

$$\tilde{G}_{ij} = \frac{1}{4\pi} \int_{\Gamma_j} \int_{\Omega} \frac{\exp(-\theta)}{\theta} d\theta d\Gamma_j \quad (\alpha = \frac{r_{ij}^2}{4D\Delta t}) \quad (13)$$

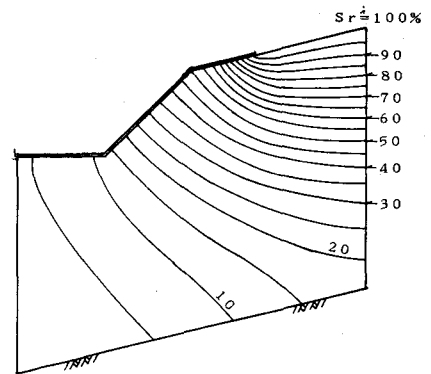
さらに、式(11)から得られる $\{\phi_{\Omega}\}_k$ を用いれば、次の時間ステップの計算が可能となる。

3. 数値計算例 図-3は図-1に示す諸条件下での計算結果である。本解析では計算を容易にするため間引き率 n は地盤内一様とし、水分拡散係数 D を $10^{-2}(\text{m}^2/\text{sec})$ としている。図中の(a), (b), (c)はそれぞれ0.7, 2.8, 16.8時間後の等飽和度線を示しており、時刻と共に地盤内部へと浸潤していく傾向が明瞭に表わされている。また、均質な地盤における解析ではあるが、 $T=16.8$ hに至るまでにわずか3.5秒で実行できる。

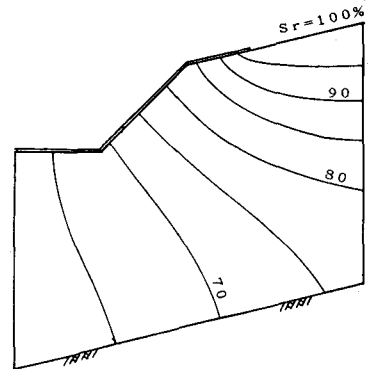
4. 参考文献 1) 松尾 稔, 鈴木 壽, 井ノ根 良則: 切捨て土留め工法, 第2回土工学会学術発表集 2) C.A. Brebbia, J.C.F. Telles, L.C. Wrobel "Boundary Element Techniques", 1984 3) 大田 有三, 西垣 誠: 土中の不飽和流動, 講義3, 不飽和流の解析, 土と基礎, 29-7, 1981, pp. 65~72



(a) $T=0.7$ h のとき



(b) $T=2.8$ h のとき



(c) $T=16.8$ h のとき

図-3 時刻 T における等飽和度線