

神戸大学工学部 正 桜井春輔  
 同 正 清水則一  
 東急建設（株） 正 清水憲吾

### 1. はしがき

都市周辺の開発において、都心と住居地あるいは主要交通ターミナルを直結する交通輸送施設の充実が課題となり、トンネルは交通輸送の高速性を確保する重要な位置を占めている。中でも、都市周辺の地形的制約より土被りの浅いトンネルが建設される機会が増している。これに伴い、山岳の土被りの深いトンネルを中心としていたこれまでの解析に対して、土被りの浅いトンネルの解析が盛んに行なわれるようになってきた。解析方法は弾性解析から非弾性・非線形解析へ、二次元から三次元へと着実に発達している。しかし、設計・施工のための解析という立場からみれば、計算コスト面あるいは力学モデルのパラメータの決定の困難さから、二次元平面ひずみ状態としてトンネル横断面の弾性解析を有限要素法を用いて実施しているのが現状であろう。

本報告では土被りの浅いトンネルに対して、二次元有限要素解析を行なう際の二、三の問題点を示す。

### 2. 重力場における掘削相当外力

トンネルの掘削を有限要素解析においてシミュレートする場合、掘削に相当する外力を節点に加える（図-1 参照）。この外力は一般に、掘削相当外力と呼ばれる。これは掘削前に掘削面に作用している応力ベクトル（traction） $t_i^0$  から計算することができる。しかし、有限要素法においては、掘削相当外力を  $t_i^0$  から直接求めるより掘削される有限要素の初期応力と物体力より次の式から求める方が便利である。

$$\{F^0\}_e = \int_{V_e} [B]^T \{\sigma^0\} dV - \int_{V_e} [N]^T \{b\} dV \quad (1)$$

ただし、 $V_e$  は掘削要素の体積、 $[B]$ 、 $[N]$ 、 $\{\sigma^0\}$  および  $\{b\}$  は掘削要素のそれぞれ B マトリックス、形状関数のマトリックス、初期応力および物体力ベクトルである。また、 $\{F^0\}_e$  は掘削相当外力である。式(1)は掘削要素に仮想仕事の原理を適用することにより容易に求められる。

式(1)右辺第二項は重力の作用に対する項であり、初期応力を一樣と仮定できる深いトンネルの解析では無視できるが、重力の影響を無視できない浅いトンネルの解析においては、これを考慮する必要がある。このことを例題を通して示す。図-2に示す問題に対して、式(1)右辺第二項を考慮した場合と無視した場合のそれについて有限要素解析によって求めた地表面沈下を図-3および4に示す。この沈下はトンネル掘削によって生じる地表面変位においてピーク変位と各地表点の変位との相対変位として求めている。これより、土被りが 7 D となっても両者の差は大きく、掘削相当外力の計算の際には重力項を無視できないことがわかる。

### 3. 解析領域について

周知のように、平面ひずみ問題において無限領域を解析領域とする場合、外力がそれ自身で釣り合っていないければ変位は不定となる<sup>1)</sup>。したがって、浅いトンネルの解析領域の設定には注意を要する。つまり、式(1)で求められる掘削相当外力の重力方向の総和は 0 とならないため、解析領域を大きくとるにつれて重

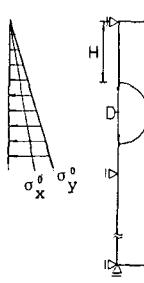
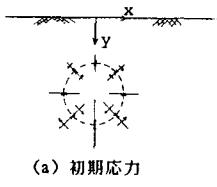
力方向の変位は不定となる傾向にある（変位の分布形は定まるが絶対値は定まらない）。浅いトンネルの解析では深いトンネルの解析において用いられる手段－“地盤は無限に広がっていると考え、外側境界の影響を取り除くために解析領域を十分大きくとる”－は無意味となる。浅いトンネルの解析において解析領域を無限に大きくとると変位は不定となることは現実と遊離したような結論ではあるが（応力、ひずみはある値に収束し確定する）、これは平面ひずみ問題の一つの特徴である（もっとも、三次元問題の特殊な問題として平面ひずみ問題を捉えるとこの事実は物理的に説明がつく）。

以上のことより、浅いトンネルの二次元変位解析では適切な解析領域を設定する必要があることに注意しなければならない。解析領域は数理的に決定されるものではなく、地盤の地質条件、さらに特に現場において実測された変位に基づいて解析領域を決めるのが良いと考える。

#### 4. むすび

本報告で指摘した注意点は次のとおりである。

- (1) 浅いトンネルのような重力場の掘削問題の解析において、掘削相当外力は式(1)で求める必要がある。
- (2) 平面ひずみ問題では外力がそれ自身で釣り合わない場合、変位は領域が大きくなるにつれ増大し不定となる傾向にある。
- (3) 浅いトンネルの解析領域は実測変位に基づいて決めるのが良いと思われる。



(a) 初期応力

(b) 堀削相当外力

図-1 初期応力と堀削相当外力

$$\begin{aligned} E &= 500 \text{ kg/cm}^2 \\ v &= 0.35 \\ \gamma &= 1.9 \text{ g/cm}^3 \end{aligned}$$

参考文献 1) Y.C. ファン著

(大橋他訳)、固体の力学／理論、  
培風館、1970

図-2 例題

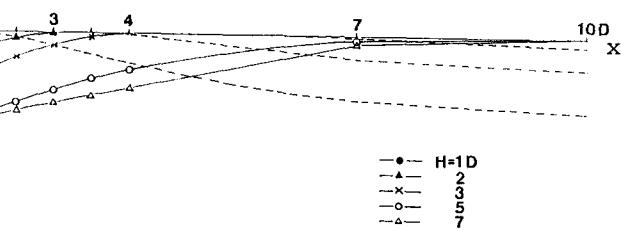


図-3 重力項を考慮した地表面沈下

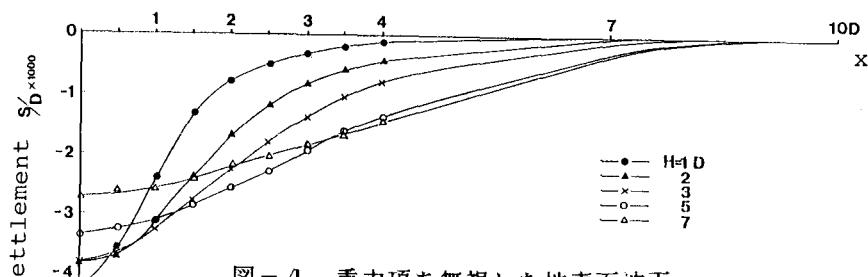


図-4 重力項を無視した地表面沈下