III-132 最大せん断ひずみエネルギー説に基づくトンネル周辺の地盤の応力状態の推定に関する研究

東京大学 学生員 鹿野正人
筑波大学 正 員 西岡 隆
東京大学 正 員 松本嘉司

1. 研究の目的

トンネル周辺の地盤の応力状態については諸説があり、明確な理由づけがなされていないのが現状であるが、本研究においては、最大せん断ひずみエネルギー説を破壊の基準にとり、押し出し性地圧による円孔トンネルの破壊を説明する理論を、鉄道トンネルにおける既存のデータに適用する事によって、トンネル周辺の地盤の降伏応力、側圧係数などを推定する事を目的としている。

2. 最大せん断ひずみエネルギー説に基づく理論

一般に、等方性の物質が破壊を生じるのは体積変化ではなく形状変化によるものと考えられている。言い換えれば、せん断ひずみエネルギーがある許容値を越える時に破壊が生じる。すなわち、弾性体内に蓄えられる単位体積あたりのひずみエネルギーUは、ポアソン比をν、ヤング係数をE、平均応力をσ_mとすれば、

$$U=\frac{3(1-2\nu)}{2E}\sigma_m^2-\frac{(1+\nu)}{E}\{(\sigma_1-\sigma_m)(\sigma_2-\sigma_m)+(\sigma_2-\sigma_m)(\sigma_3-\sigma_m)+(\sigma_3-\sigma_m)(\sigma_1-\sigma_m)\} \quad \text{---- (1)}$$

で表わされ、この式の右辺の第2項は形状変化に要するひずみエネルギー（偏差ひずみエネルギー：U_sと表わす）で、これが一定値に達すると降伏が生じると言う事ができる。ここで、物質の一軸応力状態での降伏応力をσ_yとすれば、物質の降伏条件は次の式で与えられる。

$$\frac{1+\nu}{3E}\sigma_y^2 \gtrless U_s \quad \text{---- (2)}$$

掘削後のトンネル周辺の応力場は、トンネルの断面を円形とすると、平面ひずみ状態における無限弾性体内にあけられた円穴周辺の応力を用いて以下のように表わせる。

$$\begin{cases}\sigma_{rr}{}^R=-\frac{S}{2}(1+k)(1-X^2)+\frac{S}{2}(1-k)(1-4X^2+3X^4)\cos 2\theta\\ \sigma_{\theta\theta}{}^R=-\frac{S}{2}(1+k)(1+X^2)-\frac{S}{2}(1-k)(1+3X^4)\cos 2\theta\\ \sigma_{r\theta}{}^R=-\frac{S}{2}(1-k)(1+2X^2-3X^4)\sin 2\theta\end{cases} \quad \text{---- (3)}$$

ただし、$X={r_0}/{r}$ （添字のRは地盤のものであることを示す）

ここで、Sは鉛直圧縮応力、kは側圧係数、θは水平方向となす角度、rはトンネルの中心からの距離、r_0はトンネルの半径を表わす。式(3)の関係は、切羽が充分進行し円穴周辺の応力が解放された状態の地盤内の応力分布を表わしており、この時地山内に蓄えられる偏差ひずみエネルギーU_sは式(1)より、

$$U_s=\frac{(1+\nu_R)}{12E_R}S^2\{(1+k)^2(1+3X^4)+3(1-k)^2(1+4X^2-2X^4-12X^6+9X^8)+2(1+k)(1-k)(5X^2-6X^4+9X^6)\cos 2\theta \\ -8(1-k)^2(3X^2-5X^4)\cos^2 2\theta\} \quad \text{---- (4)}$$

で与えられる。

施工法で最も望ましい工法は、掘削後偏差ひずみエネルギーの増加を喰い止める、すなわち、偏差応力成分が増加しないように掘削後の応力状態が可能な限り静水圧分布に近いようにするものである。NATMでは、吹き付けコンクリートとロックボルトによって、偏差ひずみエネルギーの増加のみを喰い止める事を目的としているものと考えられ、体積ひずみエネルギーをも喰い止めようとしている支保工による工法よりも合理的であると考えられる。

ロックボルトの作用は、ゆるみ領域の外側に定着可能な長さをもつロックボルトを掘削後打設すれば、応力の解放を拘束する事ができるとする考えに基づいていると思われ、ロックボルトの断面積をA_B、ロックボルトに発

生する応力をσ_Bとし、トンネル軸方向の長さb当りに必要なロックボルトの本数をnとすれば、ロックボルトによってトンネル外周から地盤内に作用する圧縮応力σ_{rr}^{o}は次の式で表わせる。

$$\sigma_{rr}^{o} = \frac{n A_B}{2\pi r_0 b} \sigma_B \qquad \text{---- (5)}$$

従って、ロックボルトを打設する事によって発生する偏差ひずみエネルギーの減少をΔU_S^Bで表わせばΔU_S^Bは、

$$\Delta U_S^B = \frac{(1+\nu_R)S^2}{E_R}\left\{ \gamma_{rB}(1+k)X^4 + \gamma_{rB}(1-k)(1-2X^2+3X^4)X^2\cos 2\theta - \gamma_{rB}^2 X^4 \right\} \qquad \text{---- (6)}$$

で与えられる。ただし上式で $\gamma_{rB} = \sigma_{rr}^{o}/S$

吹き付けコンクリートを施工すれば、切羽の前進と共に増加する変位によって吹き付けコンクリートに圧縮応力が発生し、その反作用としてトンネル外壁に応力が発生する。これによって増加する応力は次の式で与えられる。

$$\begin{cases} \bar{\sigma}_{rr} = -\frac{S}{2e}(1+k)(1+\nu_0^R)\frac{t}{r_0}X^2 - \frac{S}{2e}(1-k)(3-\nu_0^R)\frac{t}{r_0}(3X^4-2X^2)\cos 2\theta \\ \bar{\sigma}_{\theta\theta} = \frac{S}{2e}(1+k)(1+\nu_0^R)\frac{t}{r_0}X^2 + \frac{3S}{2e}(1-k)(3-\nu_0^R)\frac{t}{r_0}X^4\cos 2\theta \\ \bar{\sigma}_{r\theta} = \frac{S}{2e}(1-k)(3-\nu_0^R)\frac{t}{r_0}(X^2-3X^4)\sin 2\theta \end{cases} \qquad \text{---- (7)}$$

ただし　$e = E_R(1-\nu_C^2)/E_C(1-\nu_R^2)$ 、$\nu_0^C = \nu_C/1-\nu_C$ 、$\nu_0^R = \nu_R/1-\nu_R$　（添字のCはコンクリートのものである事を示す）

tは吹き付け厚

従って、吹き付けコンクリートを打設する事によって発生する偏差ひずみエネルギーの減少ΔU_S^Cは、

$$\begin{aligned} \Delta U_S^C = \frac{1}{6}\frac{E_C(1+\nu_R)^2}{E_R(1-\nu_C^2)}\frac{S^2}{E_R}\frac{t}{r_0}\Big[& 3\{(1+k)^2X^4 - (1-k)^2(3-4\nu_R)(X^2-X^4-9X^6+9X^8)\} \\ & + (1-k)(1-k)\{3(X^2-2X^4+3X^6) + (3-4\nu_R)(X^2-3X^4-9X^6)\}\cos 2\theta \\ & - 2(1-k)^2(3-4\nu_R)(3X^2-10X^4)\cos^2 2\theta \Big] \end{aligned} \qquad \text{---- (8)}$$

で与えられる，ただし、$t/r_0 \ll 1$ としている

NATMの施工によって、地盤内の偏差ひずみエネルギーが破壊の閾値を越えない場合には、円孔周辺の地盤は弾性領域内に留まる。すなわち、式(2)より、

$$U_S - \eta_C(t)\Delta U_S^C - \eta_B(t)\Delta U_S^B \leqq \frac{1+\nu_R}{3E_R}\sigma_y^2 \qquad \text{---- (9)}$$

の関係が成立すればよい。ただし$\eta_C(t)$、$\eta_B(t)$はそれぞれ吹き付けコンクリート、ロックボルトの施工時期に関するパラメータであり、掘削直後に施工すれば、$\eta_C(t) = \eta_B(t) = 1$になると推定される。偏差ひずみエネルギーは円孔周辺で最大値をとるから、円孔外周($X=1$)で式(9)を満足するための条件は次の式で与えられる。

$$\begin{aligned} (\sigma_y/S)^2 \geqq & \{(1+k)^2 + 4(1+k)(1-k)\cos 2\theta + 4(1-k)^2\cos^2 2\theta\} - 3\gamma_{rB}\{(1+k) + 2(1-k)\cos 2\theta - \gamma_{rB}\} \\ & - \frac{1}{2}\frac{E_C(1+\nu_R)}{E_R(1-\nu_C^2)}\frac{t}{r_0}\{3(1+k)^2 + 7(1+k)(1-k)(3-4\nu_R)\cos 2\theta + 6(1+k)(1-k)\cos 2\theta \\ & + 14(1-k)^2(3-4\nu_R)\cos^2 2\theta\} \end{aligned} \qquad \text{---- (10)}$$

以上より、次の事が言える

①最大せん断ひずみエネルギー説を破壊の基準にとれば、押し出し性地圧による円孔トンネルの破壊を説明する事ができる。

②NATMによる円孔トンネルの破壊に影響を与えるパラメータは、地山強度比σ_y/S、ヤング係数比$E_C(1+\nu_R)/E_R(1-\nu_C^2)$、コンクリート吹き付け厚比$t/r_0$、側圧係数$k$、ロックボルト応力比$\gamma_{rB}$にまとめる事ができる。

3. トンネル周辺の地盤の応力状態の推定

以上の理論を、同質とみなせる地質において得られた既存の鉄道トンネルのデータに適用すれば、σ_yはほぼ同一とみなす事ができるので、側圧係数kを推定する事ができる。この推定結果は講演会で発表する予定である。このkを推定できれば、地盤の応力状態を前もって知る事ができ、経済的で能率的な設計を行なう事ができる。