III-76　土性値間の相関を考慮した盛土の信頼性解析

清水建設(株) 大崎研究室　正員　石井　清
清水建設(株) 土木本部開発部　正員　鈴木　誠
同上　正員 ○ 河野重行

1. はじめに

盛土を設計する場合、土は粘性土か砂質土のどちらかに限定され取り扱われる。しかし、現実に生じている盛土の破壊は粘性土の非排水強度c_u(ここではcと略記する)のみで検討できるケースよりも、むしろc, ϕを同時に問題にしなければならない不飽和土よりなる盛土において多いと報告されている[1]。また、不飽和土のcと$tan\,\phi$には相関があることも指摘されている[2]。そこで、本報告ではこの$c, tan\,\phi$との間の相関関係に着目して、相関係数の大小が盛土の破壊確率に及ぼす影響について検討した。なお、cと$tan\,\phi$との相関係数については、土質データから直接求めることができなかったことから、これをパラメータとして計算を行っている。また解析手法には、解析的手法とモンテカルロ法の2手法を用いた。

2. 信頼性解析手法の概要

盛土の安定はs_u法を用いて、底部すべり破壊に対する円弧すべり面を仮定して、すべり面に沿って期待できる抵抗モーメント(M_R)とすべり面に含まれる土の重量による滑動モーメント(M_D)との釣り合いから評価する。すべり円弧については平均値を用い最小安全率で求めたものに固定する。また信頼性解析には次の3つの仮定をおく。すなわち、① 性能関数を $Z = M_R/M_D - 1$ とする。したがって破壊確率P_fは$P(Z<0)$で定義される。② 単位体積重量γ_tはその変動係数が一般に0.05程度と小さく、破壊確率に及ぼす影響は小さいので、確定値とする。③ $c, tan\,\phi$ は、互いに相関をもつ正規確率変数とする。これより、性能関数は $c, tan\,\phi$ の線形関数として次のように表すことができる(iは層番号に対応する)。

$$Z = g(c_i, tan\,\phi_i) = \frac{M_R}{M_D} - 1 = \left\{R \cdot \int_0^L \tau\, dl\right\} / (W \cdot e) - 1 = \sum_{i=1}^{n} a_i c_i + \sum_{i=1}^{n} a_i \sigma_i \, tan\,\phi_i - 1 \quad \cdots\cdots \ (1)$$

ここで、Rはすべり半径、Wはすべり円弧の重量、eはWの重心とすべり中心との水平距離、τはせん断強度で$\tau = c + \sigma\, tan\,\phi$、$\sigma$はせん断面の垂直応力である。また、式(1)は線形関数であるがcと$tan\,\phi$が相関をもつので、$Z<0$の確率をそのまま求めることはできない。そこで、cと$tan\,\phi$に対して線形変換を行って互いに相関のない確率変数に変換する[3]。ここで確率変数$X^T = \{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$の共分散マトリックスは次のように表される。

$$C_X = \begin{bmatrix} Var[X_1] & Cov[X_1, X_2] & \cdots & Cov[X_1, X_n] \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ Cov[X_n, X_1] & Cov[X_n, X_2] & \cdots & Var[X_n] \end{bmatrix} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \ (2)$$

このC_Xを対角マトリックスに変換することにより互いに相関のない新しい確率変数$Y^T = \{Y_1, Y_2, \cdots, Y_n\}$の共分散マトリックスが与えられる。ここで、$Y_i$は$X_i$の線形関数である。

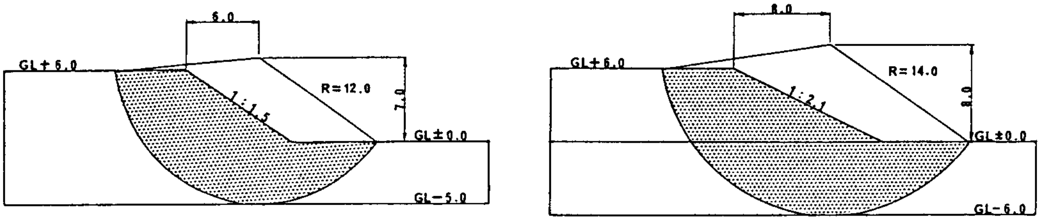
$$C_Y = \begin{bmatrix} Var[Y_1] & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & Var[Y_n] \end{bmatrix} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \ (3)$$

Yは線形化により $Y = A^T \cdot X$ のように定義できる。ここで、AはC_Xの固有ベクトルに等しい正方マトリックスであり、Tは転置マトリックスを意味する。A^Tによる線形変換により、c_i, $tan\,\phi_i$ は互いに相関のない新しい確率変数に変換され、破壊確率は簡単に求めることができる。以下の検討では破壊確率に対して数値計算による解析解とモンテカルロ法による実験解を求める。

3. 解析結果

解析モデル図を図-1に、土質定数を表-1に示す。ここで2層系のモデルBについては、土層間は無相関と

し、c, $\tan\phi$ は同様の相関係数を有しているものと仮定する。また相関係数は細粒分が多ければ $c\rightarrow$ 大, $\tan\phi\rightarrow$ 小、少なければ $c\rightarrow$ 小, $\tan\phi\rightarrow$ 大となることにより c と $\tan\phi$ は一般に負の相関をもつと考えられる[2]。このことから今回は相関係数 ρ を0から -1 まで 0.2 ピッチに計算を行うこととする。



モデル A　　モデル B

図 - 1　解析モデル図

解析結果を図 -2 に示す。図 -2 では、地震による影響を考慮していないため破壊確率 P_f は 10^{-2}〜10^{-4} 程度となっており、通常考えられている破壊確率($P_f=10^{-1}$ 程度)よりも小さい。また、相関係数が0から -1 に近づくに従って破壊確率は小さくなる傾向がある。これは、c と $\tan\phi$ は無相関であると c, $\tan\phi$ が同時に小さくなる可能性があるが、負の相関をもつと、どちらか一方が小さくなると他方は大きくなるので、抵抗モーメントが小さくならないためである。モデル B によるモンテカルロ法と厳密解の比較は、10^{-2} オーダーではよい一致を示しているが、10^{-3} オーダーでは多少異なっている。これはモンテカルロ法の試行回数を1000 回としたためであり、試行回数をふやせば一致するようになると考えられる。また、モデル A については破壊確率が 10^{-4} と小さいため、モンテカルロ法を用いるには試行回数を多くする必要があるため省略した。

以上今回の検討により、相関係数は破壊確率に大きく影響する可能性があるので、不飽和土を扱う場合には土性値間 c, $\tan\phi$ の相関についても十分考慮する必要があると考えられる。なお本研究に有益な御指導をいただいた武蔵工業大学 星谷勝教授に謝意を表します。

表 - 1　土質定数一覧

	モデル A	モデル B
盛土部	$\mu_c=1.0\,t/m^2$　$\delta_c=0.5$ $\mu_{\tan\phi}=0.268$　$\delta_{\tan\phi}=0.5$ $\gamma_t=1.7\,t/m^3$ (確定値)	$\mu_c=1.0\,t/m^2$　$\delta_c=0.4$ $\mu_{\tan\phi}=0.466$　$\delta_{\tan\phi}=0.4$ $\gamma_t=1.8\,t/m^3$ (確定値)
現地盤部		$\mu_c=1.5\,t/m^2$　$\delta_c=0.5$ $\mu_{\tan\phi}=0.268$　$\delta_{\tan\phi}=0.5$ $\gamma_t=1.6\,t/m^3$ (確定値)

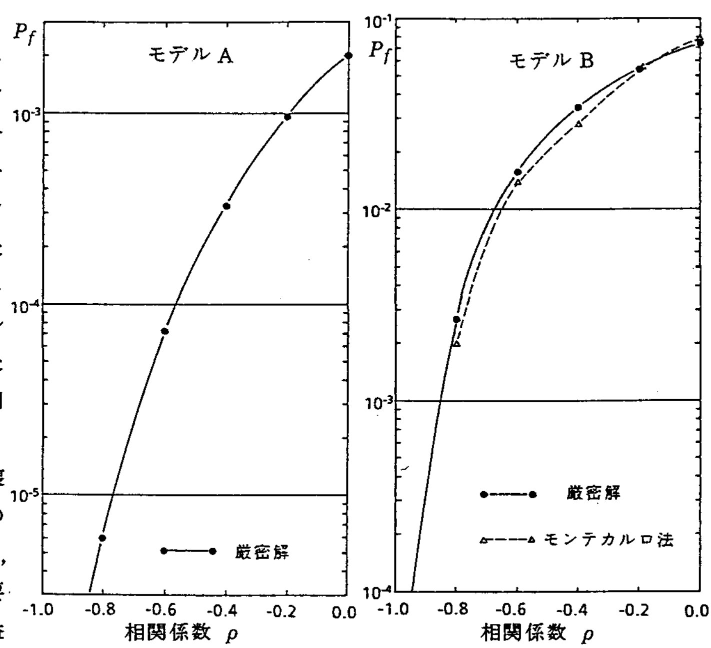


図 - 2　解析結果

参考文献

1)　松尾,黒田：不飽和土の土質諸係数と破壊確率に関する一考察.,土木学会論文報告集,第208号,1972.12

2)　Matsuo,Kuroda : Probabilistic approach to design of embankments.,Soil and Foundation,Vol.14,No.2,1974

3)　Thoft-Christensen,Baker : Stractural Reliability Theory and Its Applications,Springer Veriag, 1982.