

清水建設(株) 土木本部開発部 正員 ○ 鈴木 誠

清水建設(株) 大崎研究室 正員 石井 清

1. はじめに

有限要素法による土構造物の安定解析において、土質定数は一般に確定値として取扱われるが、最近、そのばらつきを考慮した信頼性解析手法として確率有限要素法が提案されている¹⁾²⁾。この手法では確率論を導入するための定式化に一次近似理論を適用しているので、確率変数が正規分布以外の際には精度があまりよくない³⁾。そこで本研究では、破壊点における一次近似と正規化近似を用いて、性能関数の定義式によらず、かつ確率変数が正規分布に従わなくても解が精度よく求められる解析手法を提案する。

2. 確率有限要素法の定式化

有限要素法において、変位と荷重の関係は次式で与えられる。

$$[K]\{u\} = \{P\} \quad ([K]: \text{剛性マトリックス}, \{u\}: \text{変位ベクトル}, \{P\}: \text{荷重ベクトル}) \quad (1)$$

ここで、 $[K]$ および $\{P\}$ は m 個の確率変数 $\{x\}^T = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ を含むものとする。

変位 u_i を確率変数 x_k の破壊点まわりにテーラー展開し、2次以降の項を無視して線形近似式で表す。

$$u_i = u_i(x_1^*, x_2^*, \dots, x_m^*) + \sum_{k=1}^m (x_k - x_k^*) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right)^* \quad (2)$$

x_k^* は x_k の破壊点、 $(\partial u_i / \partial x_k)^*$ は破壊点での偏導関数の値を示す。一方、応力と節点変位は次の関係がある。

$$\{\sigma\} = [D][B]\{u\} \quad ([D]: \text{応力-ひずみマトリックス}, [B]: \text{ひずみ-変位マトリックス}) \quad (3)$$

また、応力 σ_i も確率変数 x_k の破壊点まわりにテーラー展開し、2次以降の項を無視して線形近似式で表す。

局所破壊を定義する性能関数は、層理面の有無により次のように定式化する(ここでは、圧縮を正とする)。

① 層理面なし(図-1参照)

$$Q_s = \tau_f - \tau_{\max} = c \cos \phi + \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) \sin \phi - \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \quad (4)$$

② 層理面あり(図-2参照)(層理面は水平面からの角度を β として表す。)

$$Q_s = c + \left\{ \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\theta \right\} \tan \phi - \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\theta \quad (5)$$

さらに、全体破壊(ある仮定した単一すべり面に対する破壊)の性能関数は次式で表す。

$$\tilde{Q}_s = \sum_{i=1}^N Q_{s,i} \Delta l_i \quad (6)$$

ここで、 Δl_i は要素 i のすべり面が切る長さであり、 N は層理面が切る要素の総数である。

性能関数についても、確率変数 x_k の破壊点まわりにテーラー展開し、2次以降の項を無視し線形近似式とする。安全性指標は性能関数を用いて次式で与えられる(ここでは局所破壊の式のみ示す)。

$$\beta_i = E[Q_{s,i}] / (\text{Var}[Q_{s,i}])^{1/2} \quad (7)$$

また、各要素の安全性指標は破壊点における確率変数の値から求められるが、この値は一意的に求めることができないので、破壊点を確定するために収束計算を行い、安全性指標を定める。

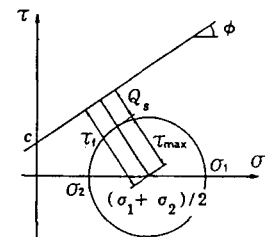


図-1 性能関数(層理面なし)

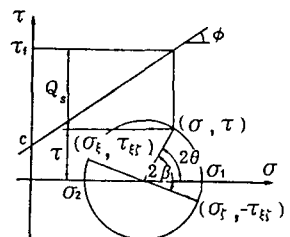


図-2 性能関数(層理面あり)

3. 解析結果

確率有限要素法による解析解を検証するために、図-3に示される簡単なモデルについて確率有限要素法とモンテカルロ法の両手法により解析を行い、その結果を比較した。解析モデルは、3つの三角形要素よりなる4自由度のモデルである³⁾。解析定数を表-1に示す。荷重は、自重、水平震度0.5および節点集中荷重をそれぞれ図に示すように与えた。また、荷重のうち確率変数 P_w は波高 H の関数 $P_w=0.2308H+0.2308H^3$ として与え、波高 H は確率密度関数 $f_H(H)$ が次式で与えられるワイブル分布に従うとしている。ここで、 $A=1.634$ 、 $B=3.524$ 、 $K=1.5$ とする(平均値5.0、変動係数0.2)。

$$f_H(H) = \frac{K}{A} \left(\frac{H-B}{A} \right)^{K-1} \exp \left\{ - \left(\frac{H-B}{A} \right)^K \right\} \quad (8)$$

解析結果を図-4に示す。モンテカルロ法による結果は文献³⁾の結果を用いた。これより性能関数を破壊点まわりにテーラー展開する本手法の解は、平均値まわりにテーラー展開する従来の確率有限要素法による解より、モンテカルロ法の解とよく一致している。

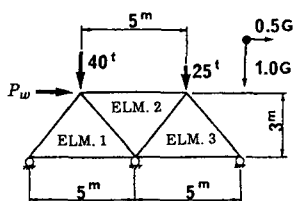


図-3 解析モデル

材料特性	材料定数
弾性係数 E	10 000 t/m ²
ポアソン比 ν	0.3
単位体積重量 γ	1.8 t/m ³
粘着力 c	0.5 t/m ²
内部摩擦角 ϕ	30.0°

(P_w のみ確率変数)

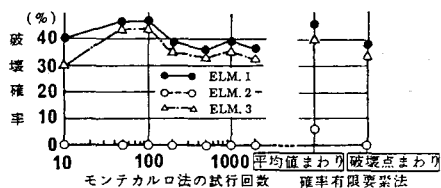


図-4 解析結果

次に、この手法を斜面のすべり破壊に適用した。解析モデルは、図-5に示す216要素であり、層理面の有無による2ケースを検討した。解析に用いた確率変数の値を表-2に示す。層理面は水平面から40°とする。局部破壊確率を図-6,7に示す。また層理面のある場合の全体破壊確率を図-8に示す。

上記の解析結果から、本手法は解析精度が向上し、適用性もあることが確認された。なお本研究に有益な御指導をいただいた武蔵工業大学 星谷 勝教授に謝意を表します。

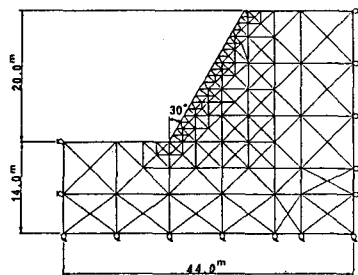


図-5 解析モデル

材料特性	平均値	変動係数
弾性係数 E	100 000 t/m ²	0.1
ポアソン比 ν	0.3	0.1
単位体積重量 γ	2.3 t/m ³	0.1
粘着力 c	1.0 t/m ²	0.1
内部摩擦角 ϕ	35°	0.077
備考		分布形はすべて正規分布

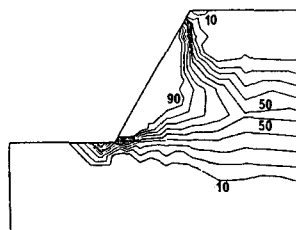


図-6 局部破壊確率(層理面なし)

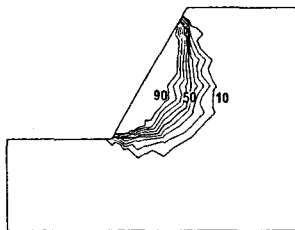


図-7 局部破壊確率(層理面あり)

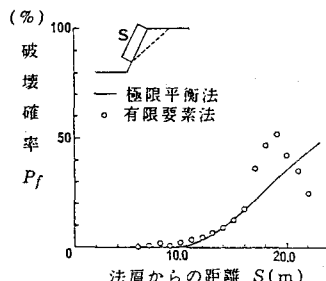


図-8 全体破壊確率(層理面あり)

参考文献

- 1) Cambou, B.: Application of First-order Uncertainty Analysis in the Finite Element Method in Linear Elasticity, The 2nd ICOSSAR, Aachen, pp. 67~87, 1975.
- 2) 桜井 春輔・土居 康成: 有限要素法による斜面の信頼性解析, 土木学会論文報告集, No.330, pp. 87~97, 1983.
- 3) 辰巳 安良・田中 芳行・高田 博行・楠 信親: 確率有限要素法による防波堤の信頼性解析, 第19回土質工学研究発表会, pp. 897~900, 1984.