

徳島大学工学部 正山 芳男
同上 正植田 康宏

1. まえがき 斜面安定解析における安全率算定式はこれまで数多く提案されているが、それらは円弧すべりを対象にしたものと、非円形すべり面に対する理論とに大別できる。この場合、前者においては与えられた斜面に着在する臨界すべり面を探索することは極めて容易である。すなわち、円弧の中心と半径を適当に変化させてやれば、電算機の助けのもとになんなく臨界円を決定できることは周知の通りである。ところが非円形すべり面に基づく安全率算定式を用いて安定解析を行なわんとすれば、一変して状況は非常に複雑なものとなる。それは仮定すべり面の形状に無限の可能性が存在するからである。このため、円弧すべりの電算プログラムはいくつでも入手可能であるのに反し、筆者らの周辺には非円形すべりのプログラムはほとんど存在しない。

我々にとって非円形すべりの理論としてはJanbu法が最もはじめ深いものであるが、これと関連して最近荒井が非線形計画法における共役勾配法を巧みに応用した安定解析法を考案している。本研究もやはりJanbu法を前提として、動的計画法(DP)³⁾に基づき荒井とは全く別の観点から臨界すべり面探索手法を提案し、その有用性を論じるものである。なお、斜面安定問題へのDPの適用はすでにBakerがSpencer法の一般化とともに先駆的研究を行っている点一言付記しておきたい。⁴⁾

2. DPに基づくJanbu法による斜面安定解析 DPの中心をなす概念はBellmanによって唱えられた最適性原理である。そして最適性原理を応用すれば関数(再帰)方程式と呼ばれる漸化式を書き下すことができ、さらにこの漸化式を解けば目的関数を最適(最大or最小)とする状態が明らかになる。このDPの概念を臨界すべり面の決定に応用するのである。まず、図1の任意スライスを参考にするとJanbu法による安全率は次式で定義される：⁵⁾

$$F_s = \frac{1}{\sum (W_i + \Delta X_i) \tan \alpha_i} \sum \left\{ \frac{c' l_i \cos \alpha_i + (W_i + \Delta X_i - U_i l_i \cos \alpha_i) \tan \phi'}{\cos^2 \alpha_i (1 + \frac{1}{f_s} \tan \alpha_i \tan \phi')} \right\} \quad (1)$$

紙面の都合上、記号の説明は省略する。式(1)において不静定内力 ΔX_i を厳密に扱うことも可能であるが、 $\Delta X_i = 0$ としても実用上はさして支障なく、このとき安全率は

$$F_s = \frac{1}{\sum W_i \tan \alpha_i} \sum \left\{ \frac{c' l_i \cos \alpha_i + (W_i - U_i l_i \cos \alpha_i) \tan \phi'}{\cos^2 \alpha_i (1 + \frac{1}{f_s} \tan \alpha_i \tan \phi')} \right\} \quad (2)$$

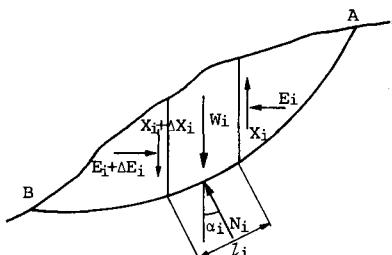


図1 Janbu法による安全率の定義

となる。これを簡便Janbu法と呼んでいる。式(2)は次のように一般表示できる：

$$F_s = \frac{\sum R_i}{\sum T_i} \quad (3) \quad \text{ここで, } R_i = \frac{c' l_i \cos \alpha_i + (W_i - U_i l_i \cos \alpha_i) \tan \phi'}{\cos^2 \alpha_i (1 + \frac{1}{f_s} \tan \alpha_i \tan \phi')}, \quad T_i = W_i \tan \alpha_i$$

いま、図1に示すように斜面上の2点A, Bを結ぶ任意の曲線ABに沿って、安全率 F_s が式(3)で与えられるとする。このとき、新たな変数 G を持ち込んで、 $G = \sum_{i=1}^n (R_i - F_s T_i)$ ^{4), 6)} ここで、 n はスライスの数式(4)のように定義すれば、式(3)の F_s を最小にする。

することと、式(4)の G を最小にすることが全く同等であることが知られている。つまり、A, B2点間を結ぶ曲線の選び方に応じて式(3)の F_s の値が変化するが、求めるA, B2点間の臨界すべり面はいうまでもなく F_s を最小とするものであり、そのとき G 自身も最小となる。DPを適用するとき、理論構成上式(3)を直接最小化することはできないので、これに代って式(4)の G の最小化を図るのである。したがって、式(5)を実行することにより臨界すべり面を求めるのである。

$$\min G = \min \left[\sum_{i=1}^n (R_i - F_s T_i) \right] \quad (5)$$

り面を決定することができる。ただし、式(5)中の F_0 は未知であるから、仮定値から出発して繰り返し計算を行わなければならない。以上の議論では、すべり面の両端A, Bをあたかも固定点の如く表現してきたが、後述するようにDPに基づく限りこの条件は必須なものではない。さて、以下の問題にDPを適用するに当っては図2に示すように斜面を適当な数のstageに分割するとともに、各stage上でやはり適当な数のstateを設けなければならない。いま、図3に示すように、任意の引き続く2つのstage i , $i+1$ 上の任意state j および左をそれぞれ点 (i, j) および点 $(i+1, k)$ で表す。そして、これら2点を結ぶ軌道 $abkj$ に注目し、この線分 ab を可能すべき面の一部とみなす。このとき、四辺形 $abkj$ を1つのスライスとみなし、これに対する R_i と T_i を評価できたとすれば、点 (i, j) から点 $(i+1, k)$ へ軌道 ab が移動する間のGの変化 $DG_i(j, k)$ は $DG_i(j, k) = R_i - F_s T_i$ (6) である。この $DG_i(j, k)$ のことをDPでは利得(return)などと呼んでいる。ここで第1 stage から点 (i, j) までのGの最小値を $H_i(j)$ で表すと、最適性原理からこの場合の関数方程式は：

$$H_{i+1}(k) = \min_{j=1 \sim n} \left[H_i(j) + DG_i(j, k) \right]_{R_i=1 \sim R_{i+1}}^{i=1 \sim n}, \quad H_1(j_1) = 0 \quad \text{--- (7)}$$

となる。

ここに、 n はStage i 上のstate数、 R_{i+1} はStage $i+1$ 上のstate数。式(7)をすべてのStage、すべてのstateに渡って実行すると、最終Stageに到った時点での最初と最後のStage間でGを最小にする経路が明らかになってしまる。そこでその経路に沿って $F_s = \sum R_i / \sum T_i$ で安全率を評価し、式(5)の仮定安全率と比較して許容値内で一致していれば終了、そうでなければ再度式(5)の安全率を仮定しなおして同様な過程を繰り返すのである。

4. 適用例および結言 ここでは、本手法を荒井によって報告された問題に適用した結果を呈示する。図4に断面形状と解析に用いた強度定数、単位重量を示す。また図中の鉛直線はStageを表し、•印はstateである。本手法では、地表面より上方にstateを設けることができ、これにより地表面の任意の点からすべり面が出現しうるという特徴を有する。詳細については参考文献①を参照されたい。解析結果を図5に示す。図中には荒井による結果も併せて示した。CPU timeはFACOM M-360で11.60秒であった。詳細は当日に譲らざるを得ないが満足すべき結果とみていい。

[参考文献] 1)荒井、田行：非円形すべり面法による～、第38回土木学会、pp.311～312、1983. 2) Arai, K., K. Tagyo: Determination of Noncircular Slip Surface ~, Soils and Foundations, Vol.25, No.1, pp.43～51, 1985. 3)尾形：ダムナミック・プログラミング、培風館、1973. 4) Baker, R.: Determination of the Critical Slip Surface ~, Int. Jour. Num. Anal. Meth. Geome., Vol.4, No.4, pp.333～359, 1980. 5)土質工学会編：土質工学ハンドブック、昭和57年. 6) Iu. P. Petrov, : Variational Methods in ~, Academic Press, 1968. 7)山上、植田、小山：Janbu法に基づく～、昭和60年度中四国土木学会、1985.

