

東北大学 工学部 平井弘義
同上 佐武正雄

1. 緒言

砂の構成モデルに関して、三主応力が異なる実験が最近数多く行われ、砂の力学挙動を定式化するためにより精度の高い構成モデルが要求されている。また繰り返し載荷や非排水状態における適切なモデル化は液状化特性を把握する上で重要な課題となっている。

そこで本研究においては先の研究¹⁾に引き続き、砂の一般的な構成モデルを確立するため、降伏関数、塑性ポテンシャルについて偏差応力の3次不変量を考慮した形を提案し、この適用性を既往の実験結果と比較検討により明らかにすることを目的としている。

2. 砂の構成モデル

砂の応力-ひずみ関係を定式化するため、弾塑性理論に基づいた構成モデルについて検討してきている。¹⁾

これらは次のように書くことができる。

$$f_1 = J_3 + \alpha I_1 J_2 + \beta I_1^3 + \delta_1 I_1^2 = 0 \quad (1)$$

$$g_1 = J_3 + \gamma I_1 J_2 + \epsilon I_1^3 + \delta_2 I_1^2 = 0 \quad (2)$$

$$f_2 = I_1 + \delta_2 = 0 \quad (3)$$

$$g_2 = I_1 + \delta_2 = 0 \quad (4)$$

ここに f_1, f_2 は降伏関数, g_1, g_2 は塑性ポテンシャル, $\alpha, \beta, \gamma, \epsilon$ は材料定数, $J_3 = T_{ij} T_{jk} T_{ki} / 3$, $J_2 = T_{ij} T_{ji} / 2$, $I_1 = T_{kk}$, T_{ij} は応力, T_{ij} は偏差応力, $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ は硬化パラメータである。また硬化パラメータ速度は次のように仮定される。²⁾

$$\dot{\delta}_1 = \phi_1 T_{ii} \dot{E}_{ij}^{(p)} / 3 + \phi_2 T_{ij} \dot{E}_{ij}^{(p)} \quad (5)$$

$$\dot{\delta}_2 = \phi_3 T_{ii} \dot{E}_{ij}^{(p)} / 3 \quad (6)$$

ここに $\dot{E}_{ij}^{(p)}$ は塑性ひずみ速度である。また破壊関数については次式を用いる。

$$F = J_3 + \zeta I_1 J_2 + \omega I_1^3 = 0 \quad (7)$$

ここに ζ, ω は材料定数である。式(1), (2), (3), (4), (7)は図1において p - q 平面上に示され、図2においては π 平面上に平行な I_1 = 一定の面上に示されている。

ただし $p = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) / 3$, $q = \sigma_3 - \sigma_1$, $\sigma_1 = \sigma_2$ である。

3. 応力-ひずみ関係

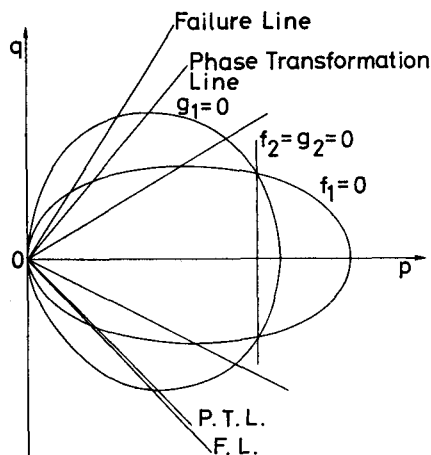


図1. 降伏関数, 塑性ポテンシャル, 破壊関数.

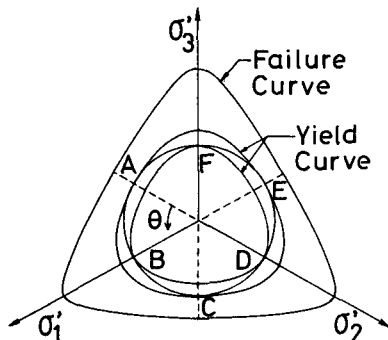


図2. I_1 = 一定の面上における降伏関数, 破壊関数.

非関連流動則に基づく塑性域における応力-ひずみ関係は次のように書ける。²⁾

$$\dot{E}_{ij}^{(p)} = - \frac{\partial f}{\partial T_{kl}} \dot{T}_{kl} \frac{\partial g}{\partial T_{ij}} / \left(\frac{\partial f}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial E_{mn}^{(p)}} \frac{\partial g}{\partial T_{mn}} \right) \quad (8)$$

ここに f, g, δ は f_i, g_i, δ_i ($i = 1, 2$) を表すものとする。式(8)に式(1), (3), (5)を代入すると次式をうる。

$$\dot{E}_{ij}^{(p)} = - \left[J_3 + \left\{ -2 \frac{J_3}{I_1} - \left(\frac{\gamma}{2} + \alpha \right) J_2 + \beta I_1^2 \right\} I_1 + \alpha I_1 J_2 \right] \times \left[T_{ik} T_{kj} + \left\{ -2 \frac{J_3}{I_1} - \left(\frac{\gamma}{2} + \alpha \right) J_2 + \epsilon I_1^2 \right\} \delta_{ij} + \gamma I_1 T_{ij} \right]$$

$$/[\phi I_1^2 \{3(1-2)J_3 + 3(2-1)I_1 J_2 + \phi I_1^3\}] \quad (9)$$

ここに $m = \phi_2 / \phi$ である。式(9)に含まれる材料定数は先に決定されている。¹⁾

いま排水繰返し載荷における応力-ひずみ関係を定式化するため、次のように仮定する。即ち、偏差応力 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ の大小関係が変化するとき、(最大)降伏曲面の内側においても塑性ひずみが発生しうる。このとき、(最大)降伏曲面の内側で生じる塑性ひずみは式(9)を用いて計算されるが、ただし材料定数 ϕ を ϕ'' とすると偏差応力の大小関係が反転するときの体積ひずみ ϵ_v を引数として、次のように実験データより仮定される。

$$\phi'' = \phi' e^{\alpha \epsilon_v^2} \quad (10)$$

ここに α は材料定数、 $\phi' = 2\phi$ と仮定されている。

以上の式を用いて、以下に解析結果を示す。図3は三軸圧縮伸張試験における偏差ひずみと応力比 q/p の関係を示している。繰返し数が増加するに伴い、初期に見られる非線形性から線形的な応力-ひずみ関係に変化している。また図4は三軸圧縮伸張試験における体積ひずみと応力比の関係を示している。繰返し数が増加するにつれ、体積ひずみは一定値に収束する様子を呈している。図3と図4の傾向は文献3)と類似している。図5は非排水三軸試験における p - q 平面上における有効応力経路を示している。解析においては membrane penetration の効果を考慮しており、6サイクル目において変相線に達しているが、この効果を無視した場合、3サイクル目に変相線に到達している。この傾向は文献4)と同様であり、実験データは文献5)を引用している。

以上、変相線より下の領域における砂の力学挙動のモデル化について考察したが、変相線を越える応力経路については若干の補正を行なう必要がある。

参考文献

- 1) 平井、佐武：第20回土質工学研究発表会、1985。
- 2) Hirai, H. et al.: Proc. of JSCE, No.343, 1984。
- 3) Tatsuoka, F. et al.: Soils and Foundations, Vol.14, 1974。
- 4) Ghaboussi, J. et al.: Chapter 12, Soil Mechanics—Transient and Cyclic Loads (ed. N.Pande et al.)、John Wiley & Sons, 1982。
- 5) Ishihara, K. et al.: Soils and Foundations, Vol.15, 1975。

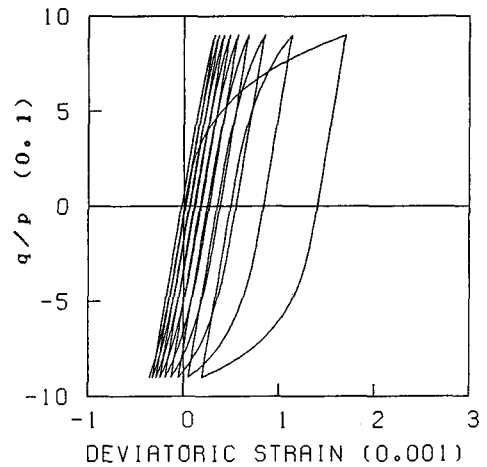


図3. 偏差ひずみと応力比 q/p の関係。

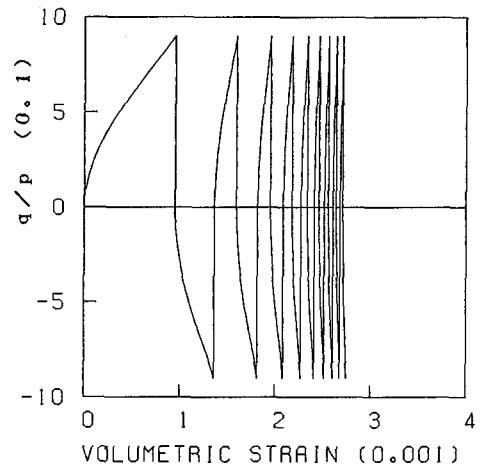


図4. 体積ひずみと応力比 q/p の関係。

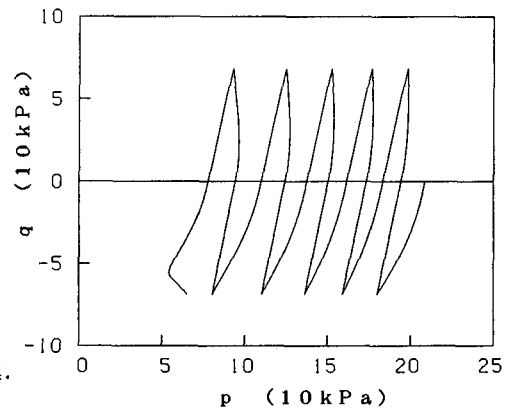


図5. 非排水状態における有効応力経路。