

1. はじめに

本報告では粒径分布をもつ球形粒子群に対する干渉沈降速度式が非球形の砂粒子群に適用可能かを検討する。

2. 粒径分布をもつN成分粒子群球形粒子群の沈降速度式

N成分粒子群の成分iの絶対沈降速度 $U_i$ は

$$U_i = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot \frac{gd_i}{C_{D+i}} \cdot \frac{\rho_p - \rho_f}{\rho_f} \cdot \frac{1 - \phi_T}{\phi_i^{*3/2}}} \quad (1)$$

と表される<sup>1)</sup>ここで $g$ は重力加速度、 $d$ は粒径、 $\rho_p$ と $\rho_f$ はそれぞれ粒子と流体の密度、 $\phi_T$ は粒子群の全体積濃度、添字 $i$ は成分を示す。

$\phi_i^*$ は粒径の異なる粒子が共存する効果を考慮した成分 $i$ の体積濃度で

$$\phi_i^* = \sum_{j=1}^N (d_i / d_j)^\alpha \phi_j \quad \begin{cases} \alpha=1 & d_i / d_j \leq 1 \\ \alpha=1/3 & d_i / d_j > 1 \end{cases} \quad (2)$$

である。 $C_{D+i}$ は濃度と粒径分布を考慮した抗力係数であり、次式で示されるレイノルズ数 $Re_{+i}$ との関係が単粒子自由沈降時のレイノルズ数 $Re_0$ と抗力係数 $C_{D0}$ の関係と一致することが確認されている。

$$Re_{+i} = \frac{d_i U_i \rho_f}{\mu_f} \cdot \frac{1}{\exp\left[\frac{5}{3} \cdot \frac{\phi_i^*}{1 - \phi_T}\right]} \quad (3)$$

ここで $\mu_f$ は流体の粘度である。

3. 実験

本実験は、砂粒子についても式(1)中の $C_{D+i}$ と式(3)の $Re_{+i}$ の関係が単粒子自由沈降時の $Re_0$ と $C_{D0}$ の関係と一致するかを検討するために行った。実験にはふるいわけにより粒度をそろえた表-1の砂粒子と水道水、グリセリン水溶液を用いた。はじめに各粒子群から約200個の粒子を抽出して、単粒子自由沈降実験を行い、 $Re_0$ と $C_{D0}$ の関係を実測した。次に、各粒子群を用いた均一粒子群、各2種類を所定の粒径比、混合比で混合した2成分粒子群を所定の初期濃度になるように一様に懸濁させて回分沈降実験を行い、各成分の絶対沈降速度を測定した。

4. 実験結果と考察

(1)単粒子自由沈降実験

図-1に砂粒子の単粒子自由沈降速度より計算した $Re_0$ と $C_{D0}$ の関係を示す。図中の破線は球形粒子の場合<sup>2)</sup>である。砂粒子の代表径はふるいわけの際の二つのふるい目の幾何平均値を用いた。今回用いた砂粒子の $Re_0$ と $C_{D0}$ の関係は次三つの式によって近似可能であった。

$$C_{D0} = 24 / Re_0 \quad (4-1)$$

$$C_{D0} = 28 / Re_0^{0.85} \quad (4-2)$$

$$C_{D0} = 11.5 / Re_0^{0.45} \quad (4-3)$$

( $Re_0 < 0.3$ )

( $0.3 < Re_0 < 10^1$ )

( $10^1 < Re_0 < 10^2$ )

表-1 実験に用いた砂粒子

記号	ふるい (μm)	幾何平均径 (μm)	平均密度 (g/cm <sup>3</sup> )
S300	250~350	300	2.890
S380	350~420	380	2.834
S460	420~500	460	2.802
S770	710~840	770	2.615
S920	840~1000	920	2.626
S1100	1000~1190	1100	2.626

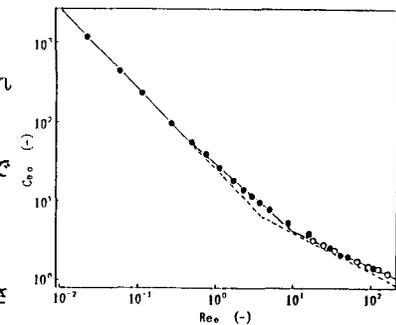


図-1  $Re_0$ と $C_{D0}$ の関係

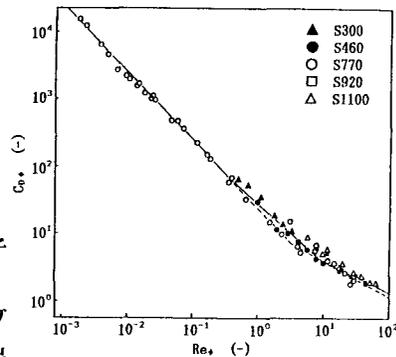


図-2 均一粒子群の $Re_{+i}$ と $C_{D+i}$ の関係

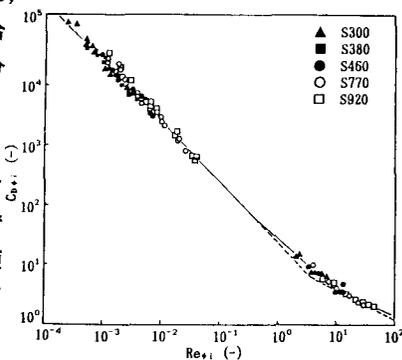


図-3

2成分粒子群の $Re_{+i}$ と $C_{D+i}$ の関係

以後、 $Re_0$ と $C_{D0}$ の関係が式(4-1)～(4-3)で表される領域をそれぞれ領域Ⅰ、Ⅱ、Ⅲとする。

(2)均一粒子群沈降実験

均一粒子群沈降実験で得た絶体沈降速度を式(1)、(3)に代入して計算した $C_{D0}$ と $Re_0$ を図-2に示す。

図中の実線は(1)項で得た砂粒子の $Re_0$ と $C_{D0}$ の関係、破線は球形粒子の場合

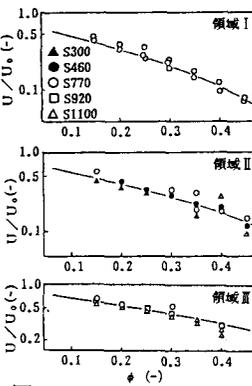


図-4 均一粒子群の濃度と絶体沈降速度の関係  
 破線は球形粒子の場合  
 図より、 $Re_0$ と $C_{D0}$ の関係が $Re_0$ と $C_{D0}$ の関係と一致することがわかる。この $Re_0$ と $C_{D0}$ の関係と式(1)より濃度と絶体沈降速度の関係を計算し、実測値と比較した例を図-4に示す。 $U_0$ は単粒子自由沈降速度である。図より、いずれの領域でも式(1)による計算値は実測値と一致している。

(3)2成分粒子群沈降実験

2成分粒子群沈降実験で得た各成分の絶体沈降速度を式(1)、(3)に代入して計算した $C_{D+i}$ と $Re_{+i}$ を図-3に示す。図中の実線、破線は図-2の場合と同じである。図より、2成分粒子群についても式(3)の $Re_{+i}$ と式(1)の $C_{D+i}$ の関係が $Re_0$ と $C_{D0}$ の関係とほぼ一致している。この $Re_{+i}$ と $C_{D+i}$ の関係を式(1)に代入すると、式(4-1)～(4-3)に対応して次の三つの沈降速度式を得る。

$$U_i = \frac{g(\rho_{Pi} - \rho_f)(1 - \phi_T)}{18\mu_f} d_i^2 \frac{(Re_{+i})^{0.3}}{(1 + \phi_i^{*1/3}) \exp\left[\frac{5}{3} \frac{\phi_i^*}{1 - \phi_T}\right]} \quad (5-1)$$

$$U_i = 0.078 \left[ \frac{(\rho_{Pi} - \rho_f)g}{\mu_f^{0.85} \rho_f^{0.15}} d_i^{1.61} \frac{(1 - \phi_T)^{0.87}}{(1 + \phi_i^{*1/3}) \exp\left[\frac{17}{12} \frac{\phi_i^*}{1 - \phi_T}\right]} \right]^{0.87} (0.3(Re_{+i})^{10^1})^{0.87} \quad (5-2)$$

$$U_i = 0.249 \left[ \frac{(\rho_{Pi} - \rho_f)g}{\mu_f^{0.45} \rho_f^{0.55}} d_i^{0.935} \frac{(1 - \phi_T)^{0.645}}{(1 + \phi_i^{*1/3}) \exp\left[\frac{3}{4} \frac{\phi_i^*}{1 - \phi_T}\right]} \right]^{0.645} (10^1(Re_{+i})^{10^2})^{0.645} \quad (5-3)$$

式(5-1)～(5-3)による計算値と実測値を比較すると図-5～7のようである。図より、計算結果は実測値をほぼ表現しているといえる。

4. 球粒子との比較

図-1によれば単粒子自由沈降時の $Re_0$ と $C_{D0}$ の関係は砂粒子と球粒子で大きな差はみられない。そこで、均一粒子群について①式(5-1)～(5-3)による

砂粒子の絶体沈降速度と② $C_{D+i}=24/Re_+$ (ストークス則)、 $C_{D+i}=12.65/Re_+^{0.5}$ (アレン則)を用いて計算した球形粒子の絶体沈降速度を比較すると図-8のようになる。砂粒子の領域Ⅰと球粒子のストークス則は一致し、領域Ⅲとアレン則も実用上は一致するとみてよい。砂粒子の領域Ⅱを領域ⅠからⅢへの遷移領域と考えれば、砂粒子と球形粒子における濃度と絶体沈降速度の関係はほぼ一致するとみなしてもよいであろう。

<参考文献>1)船水尚行, 高桑哲男; 水道協会雑誌, 607, 19852)土木学会編; 水理公式集

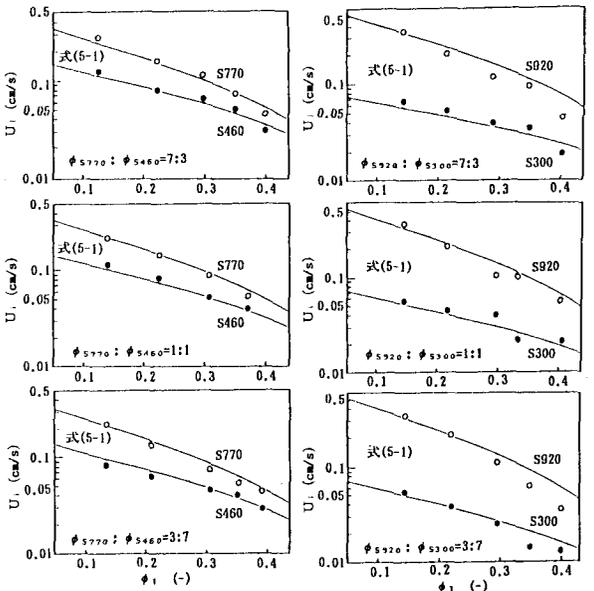


図-5 2成分粒子群の濃度と絶体沈降速度の関係-1

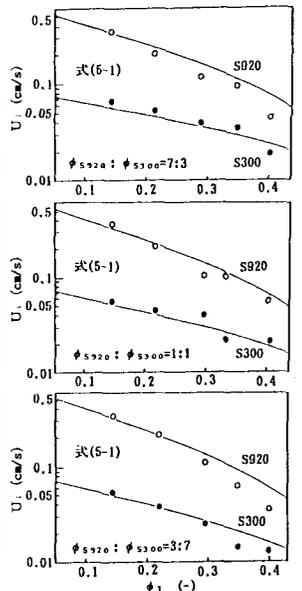


図-6 2成分粒子群の濃度と絶体沈降速度の関係-2

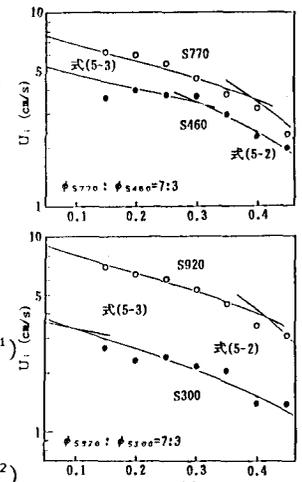


図-7 2成分粒子群の濃度と絶体沈降速度の関係-3

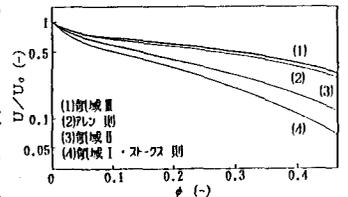


図-8 砂粒子と球形粒子の比較