

鹿島建設 榎 松本 喬, ○高橋俊彦, 利穂吉彦

1. はじめに

一般の浮遊式構造物に見られるような任意形状浮体に対する解析法としては、境界要素法(B.E.M.), 有限要素法(F.E.M.)が代表的である。B.E.M.は、解析領域が無限であること、媒体が等質であることなどの特徴から、この分野では広く用いられている。この方法は、離散化が構造物の境界表面上のみであるので、データ作成は比較的簡単であるが、グリーン関数を用いているため、一定水深しか扱えないこと、irregular frequency 等の数値的困難が起こり得るなどの欠点がある。一方、F.E.M.は、構造解析や地震の安定性解析等によく用いられるが、この分野にも適用できることが知られている¹⁾。この方法は、解析領域が不均質であったり、媒体が非線形挙動を示す場合にも有効で、水深変動をも考慮できるが、無限領域の境界処理が難しいという欠点がある。しかしながら、近年、その対策として多くの工夫が開発されており、計算精度上も十分満足のいくものであるということがわかっている²⁾。有限な境界上に無限遠での境界条件も課するダンパー要素や無限の大きさをもつ無限要素などがその代表的なものである。

本論文では、定式化や離散化の精度に統一性を持たせるといった観点から、無限要素を用いたF.E.M.による浮体の動揺解析の実用性について検討する。

2. 有限要素法による定式化

流体は非粘性、非圧縮、非回転で、波は微小振幅波であると仮定すると、散乱波の速度ポテンシャル ϕ_s に関する問題は、次の3次元のLaplace 方程式の境界値問題に帰着される。

$$\Delta \phi_s = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (\text{流体領域}) \quad (1) \quad \frac{\partial \phi_s}{\partial n} = V_n \quad \text{on } \Gamma_s \quad (\text{構造物表面}) \quad (2)$$

$$\frac{\partial \phi_s}{\partial z} = \frac{\omega^2}{g} \phi_s \quad \text{on } \Gamma_f \quad (\text{自由表面}) \quad (3) \quad \frac{\partial \phi_s}{\partial x} \cdot \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial \phi_s}{\partial y} \cdot \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{\partial \phi_s}{\partial z} = 0 \quad \text{on } \Gamma_b \quad (\text{海底面}) \quad (4)$$

$$\sqrt{r} \left(\frac{\partial \phi_s}{\partial r} - \sqrt{-1} k \phi_s \right) \rightarrow 0 \quad (\text{as } r \rightarrow \infty) \quad (5)$$

ここで、 Δ : Laplacian, n : 構造物表面の法線ベクトル, V_n : diffraction 問題では $-\frac{\partial \phi_i}{\partial n}$ (ϕ_i は入射波の速度ポテンシャル), radiation 問題では U_n (U_n は構造物表面の法線速度), ω : 角周波数, g : 重力加速度, $h (= h(x, y))$: 水深, k : 波数である。(1)~(5)に対応し、汎関数は次式で与えられる。

$$H = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\text{grad } \phi)^T (\text{grad } \phi) dx dy dz - \int_{\Gamma_b} V_n \phi_s ds - \frac{1}{2} \int_{\Gamma_f} \frac{\omega^2}{g} \phi_s^2 ds + E \cdot T. \quad (6)$$

ここで、 $E \cdot T$ は radiation 条件を満たすための付加積分項で、(5)に対応している。(6)の停留条件を導き、要素内の未知量 ϕ_s を形状関数 N_j と各節点上の未知パラメーター ϕ_j を用いて近似することによって、F.E.M.による定式化が行われる。なお無限要素については、 N_j に指数的に減衰する項を導入している。

以上の定式化のもとに、各節点における速度ポテンシャルが求まり、それを用いて波強制力、流体力(付加質量、造波減衰)が計算される。

3. 浮体の波浪応答解析

浮体は剛体で、振動は微小で周期的と仮定すると、浮体の波浪応答は次の6自由度の連立1次方程式を解く問題に帰着される。

$$\sum_{j=1}^6 \{ -\omega^2 (m_{ij} + M_{ij}) - \sqrt{-1} \omega N_{ij} + K_{ij} + R_{ij} \} \left(\frac{X_j}{a} \right) = F_i \quad (i=1, \dots, 6) \quad (7)$$

ここで、 M_{ij} : 質量, m_{ij} : 付加質量, N_{ij} : 造波減衰, K_{ij} : 浮力による復元力, R_{ij} : (線形化した)係留力による拘束力, X_j : 浮体の一般化変位, a : 入射波の振幅, F_i : 波強制力 である。

4. 数値計算例

(1) 円筒浮体 無限要素の計算精度を確認するために、図-1に示すような円柱浮体（自由浮体）に入射波が入ってくる問題を考える。円柱浮体まわりには3次元有限要素で、その外側は無限要素でモデル化した。図-2はそれぞれ鉛直方向の付加質量、造波減衰を示している。計算精度を比較するため、Garrisonの結果も示しているが、非常によく一致している。

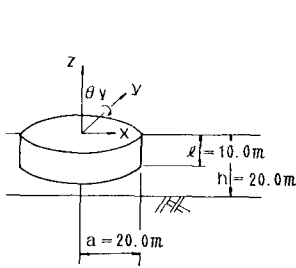


図-1 円柱浮体計算条件

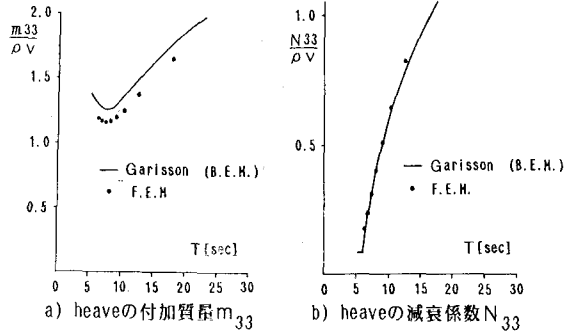


図-2 流体力係数

(2) 箱型浮体 解析法の実用性を検討するために、箱型係留浮体について実験値と比較した。実験は、幅80 cm、長さ 100cm、吃水30.4cmの構造物模型を用い、平面水槽（58m×20m× 1.5m）で行った。詳細については、前報3）を参照されたい。一方、数値計算は箱型浮体まわりは3次元有限要素で、その外側は無限要素でモデル化した。図-3はそれぞれ周期を変えたときのHeave, Surge, Pitch の応答振幅の実験値、計算値を示している。各ケースとも同じメッシュデータを使ったので、周期の短いところでは、若干実験値と違っているが、全体的によく一致している。但し、Rollの共振点付近、及びその周期に対応するSurge に関しては、従来の解析法と同様に、粘性流体力を考慮していないために、計算値は過大評価になる傾向がある。

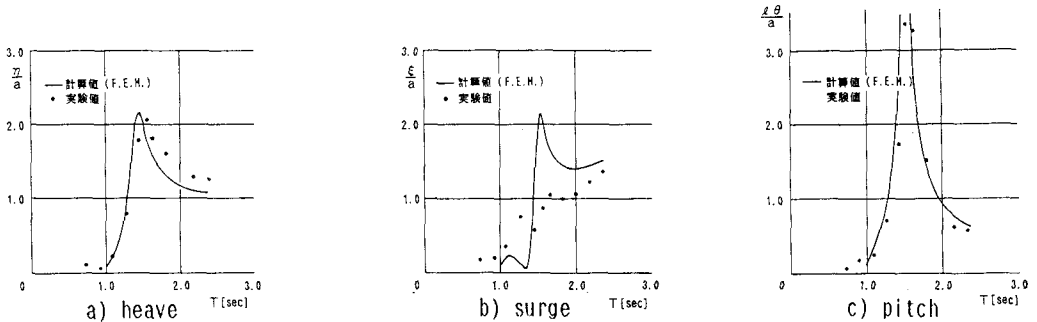


図-3 箱型浮体の動揺量（浮体半幅 $l=40\text{ cm}$ 、入射波振幅 $a=3.8\text{ cm}$ ）

5. まとめ

無限要素を用いたF.E.M.による浮体の波浪応答解析について紹介した。実際に円筒浮体、箱型浮体にも適用した結果、計算精度上十分満足すべき結果を与えることが判明した。しかしメッシュデータにかなり依存するので、適用する問題の性質に応じて慎重に作成する必要があるだろう。

なお、本論文の計算に使ったプログラム“WAVE”はUniversity College of Swansea で開発されたものを、当社で改良したプログラムであることを付記する。

参考文献：1）O.C.Zienkiewicz etc., “Numerical Methods in Offshore Engineering”, pp.87~183, 1978,
2）阪東 “無限領域問題の新しい解析手法について”, 第4回流れの有限要素法解析シンポ, pp.201 ~ 208, 1983, 3）藤田他, “矩形構造物の動揺および係留に関する研究” 第30回海講, pp.445 ~449, 1983