

1. まえがき

著者等はこれまで、規則波⁽¹⁾および不規則波⁽²⁾の非線形浅水変形を、WKBJ法と摂動法を用いて解析し、種々の性質について調べてきた。今回は非線形性に関する2次のオーダーの定常項から求まる定常流について報告する。流れは振動流と同様にポテンシャル流と仮定し、流体の連続性と非回転性についての木原積分による表現から、同様の振動展開を用いて定常流が得られる。このうち、汀線に垂直な成分は戻り流れを、平行な成分は沿岸流を表わす。又、ここでは定常流をポテンシャル流れとしているため、沿岸流に関するLonguet-Higgins⁽³⁾の解とは異なっている。しかし、水口等による実験結果との比較から、Longuet-Higginsの解は砕波区より沖側で実験値から大きく離れるのに対し、著者等の解は砕波区より沖側で良く一致することが示された。

2. 解析方法

基礎方程式は、自由水面を有するポテンシャル運動の連続の式と境界条件式をパラメータ δ で水平方向に圧縮した参考文献(2)の(1)式を用いる。解析方法は規則波でも不規則波でも基本的には同じであるから、ここではより一般的なものとして不規則波に対するものを述べる。解としては定常項を加えたスペクトル表現として次の様に仮定する。

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \varepsilon^2 \zeta^{(2)} + \dots + \varepsilon \int A^{(1)} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} d\mathbf{k} \\ &\quad + \varepsilon^2 \iint A^{(2)} e^{i(\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2)} d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 + \dots \\ \eta &= \varepsilon^2 \zeta^{(2)} + \dots + \varepsilon \int B^{(1)} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} d\mathbf{k} \\ &\quad + \varepsilon^2 \iint B^{(2)} e^{i(\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2)} d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 + \dots \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで ϕ, η は各々速度ポテンシャルと水面変動を表わす。又、 ε は非線形性を表わすパラメータ、 ζ は定常流の速度ポテンシャル、 ζ は wave set down、 $\mathbf{x}$ は1組を表わす。定常流速を $(U, V, W) = (U, W)$ 、波数と周波数を k, ω とすると、

$$\nabla \zeta = \delta^{-1} \mathbf{v} = \delta^{-1} (U, V), \quad \zeta_L = W \quad (2)$$

$$\nabla \chi = \delta^{-1} \mathbf{k}, \quad \chi_L = -\omega \quad (3)$$

(1)式を基礎方程式に代入し、 ε^2 のオーダーで定常項だけをまとめ、さらに δ で展開して ε と δ の各オーダーごとまとめて解くと、 $\varepsilon^2 \delta^0$ のオーダーでは

$$\left. \begin{aligned} \zeta^{(2,0)} &= \int \frac{1}{2} (\omega^2 - \frac{k^2}{\omega^2}) \Phi(k) d\mathbf{k} \\ W^{(2,0)} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$\varepsilon^2 \delta^1$ のオーダーでは

$$\left. \begin{aligned} \zeta^{(2,1)} &= 0 \\ W^{(2,1)} &= (\nabla \cdot \mathbf{V}^{(2,0)})(z+h) - \nabla h \cdot \mathbf{V}^{(2,0)} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ここで $\varepsilon^1 \delta^0$ 次の解として

$$\left. \begin{aligned} A^{(1,0)} &= -i \frac{b}{\omega} \frac{\cosh \alpha}{\cosh \beta}, \quad B^{(1,0)} = b \\ \alpha &= k(z+h), \quad \beta = kh \\ \Phi(k) &= \langle b(k) b(-k) \rangle \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

ただし $\Phi(k)$ は水面変動 b のパワースペクトル。

さて、前報⁽²⁾と同様の解析からは(4)式(5)式の様に wave set down と定常流の z 成分は求まったが、 x, y 成分は定まらない。これらを決定するために、流体運動の非回転性と連続性をもう一度考察する。振動流と定常流を合せた速度成分を $(u, v, w) = (u, w) = (\phi_0, \phi_2)$ とすると、我々の座標系で非回転性は

$$\left. \begin{aligned} \delta \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z} &= 0, \quad \delta \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} &= \text{rot } \mathbf{v} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

で表わされる。(1)式と(7)式の第1式・第2式に代入し、 ε^2 のオーダーでまとめて ensemble mean をとり $\varepsilon^2 \delta^0$ のオーダーで

$$\frac{\partial U^{(2,0)}}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial V^{(2,0)}}{\partial z} = 0 \quad (8)$$

$\varepsilon^2 \delta^1$ のオーダーで

$$\frac{\partial U^{(2,1)}}{\partial z} = \frac{\partial W^{(2,0)}}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial V^{(2,1)}}{\partial z} = \frac{\partial W^{(2,0)}}{\partial y} = 0 \quad (9)$$

従って、 $U^{(2,0)}, V^{(2,0)}, U^{(2,1)}, V^{(2,1)}$ は z に関し一定とな

る。(7)式の右辺は、 z について $-h$ から η まで積分すると、

$$\int_{-h}^{\eta} \text{rot } \nabla \times \mathbf{v} \, dz = \text{rot} \left\{ \left[\mathbf{v} \right]_{z=0} + \eta \left[\mathbf{v} \right]_{z=0} + \frac{1}{2} \eta^2 \left[\mathbf{v} \right]_{z=0} + \dots \right\} - \nabla \eta \times \mathbf{v} \Big|_{z=0} - \eta \nabla \eta \times \mathbf{v} \Big|_{z=0} - \dots - \nabla h \times \mathbf{v} \Big|_{z=-h} \quad (10)$$

(10)式に(1)式を代入し、ensemble meanをとると、

$\varepsilon^2 \delta^0$ のオーダーでは

$$\text{rot} \left\{ h \mathbf{v}^{(2,0)} + \int \frac{k}{\omega} \Phi(k) d\tilde{k} \right\} = 0 \quad (11)$$

$\varepsilon^2 \delta^1$ のオーダーでは

$$\text{rot} \left\{ h \mathbf{v}^{(2,1)} \right\} = -2 \int \frac{1}{\omega} B^{(1,1)}(k) k \times \nabla B^{(1,0)}(-k) d\tilde{k} \quad (12)$$

一方、連続性に関して

$$\delta \frac{\partial u}{\partial x} + \delta \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (13)$$

同様に z について $-h$ から η まで積分し、(1)式を代入し、ensemble meanをとると、 $\varepsilon^2 \delta^0$ のオーダーで

$$\nabla \cdot \left\{ h \mathbf{v}^{(2,0)} + \int \frac{k}{\omega} \Phi(k) d\tilde{k} \right\} = 0 \quad (14)$$

$\varepsilon^2 \delta^1$ のオーダーで

$$\nabla \cdot \left\{ h \mathbf{v}^{(2,1)} \right\} = 0 \quad (15)$$

$\varepsilon \delta^1$ のオーダーまでの定常流は(11)(12)(14)(15)式で与えられる。ここで式中 $\mathbf{v}$ はオイラー平均流、(11)、(14)式の $\{ \}$ の中の第2式は波による質量輸送を表わす。

又、(12)式の中の $\nabla B^{(1,0)}$ は参考文献(2)の(7)式から求める。

る、規則波に対する実験値との比較およびまとめ

図1は水口等⁽⁴⁾による実験結果を、Longuet-Higginsの解、水口の解、著者等の解とで比較したものである。波動場および水深 H の形状は、 y 方向(汀線に平行)に一律とする。規則波であるから

$$\Phi(k) = \frac{E}{2} \{ \delta(\omega - 1) + \delta(\omega + 1) \}$$

ここで $\delta(\omega)$ はデルタ関数、 E は線形波のエネルギー

。縦軸は沿岸流速をその最大値で割った値、横軸は汀線からの距離を平均水面上昇開始点の距離で割った値を表わす。

(14)式(15)式の積分定数は、汀線に直角方向の全質量輸送は零として与える。(12)式の積分定数は $\mathbf{v}^{(2,1)}$ が沖で零として与える。(11)式の積分定数は、図1の最も沖側の実験値と $\mathbf{v}^{(2,0)} + \mathbf{v}^{(2,1)}$ がほぼ一致する様に与えた。この図から、Longuet-Higginsや水口等の解は、砕波点の沖側では実験値と大きく離れていくのに対し、著者等の解は、積分定数を流れに合うように決めたとはいえ、流れの様子を良く表わしていることが分る。このことは、砕波点の沖側では、流れはポテンシャル流れとしての構造を強く持っていることを表わしていると言えよう。又、砕波点付近では、砕波点の沖側にも水平拡散等効果を持つ、Longuet-Higginsの流れの構造も持っているであろうから、今後なんらかの方法でLonguet-Higginsの解と著者等の解が接続されれば、より実験値に近い評価式が得られるものと期待される。

参考文献

- (1) Hamanaka, K. (1984), 9th Congress of APD-IAHR, 1, 301-311
- (2) 渡中健一郎 他 (1984) 第31回海講, 138-142
- (3) Longuet-Higgins (1970) J. Geophys. Res., 75, 6778-6801
- (4) 水口優 他 (1978) 第25回海講, 425-429

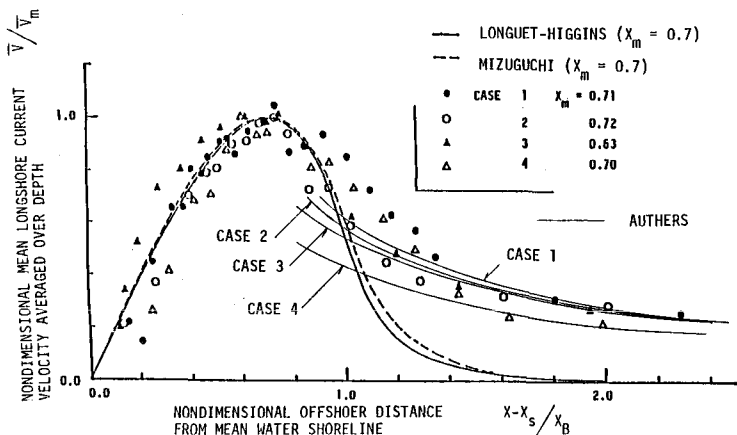


図1 沿岸流の岸沖流速分布

水口他(1978)の第10図に著者等の結果を加えたもの