

京都大学工学部 正員 ○浅野 敏之、 正員 岩垣 雄一

1. まえがき

有限振幅波動の下での底面境界層の理論解析は、最近では Johns(1977) や Trowbridgeら(1984)の研究があるが、得られた結果は水粒子速度の特性を直接示するような簡単な数式表現とはいえない。本研究は数値解析の最近の進歩を考慮し、有限要素法による底面乱流境界層の数値解析を行ったもので、得られた結果から波の有限振幅性が境界層内水粒子速度や底面せん断応力に与える効果について考察したものである。

2. 有限要素法による乱流境界層の非線形計算

波の進行方向に x 軸、底面に垂直に z 軸をとり、それぞれの方向における速度成分を u および w とすると、2次元の乱流境界層方程式は次式となる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (Kz)^2 \frac{\partial u}{\partial z} \right\} \quad \dots(1)$$

ここに、 t : 時間、 p : 圧力、 ρ : 流体の密度、 K : カルマン定数である。境界層近似により、右辺第1項の圧力項は、境界層外縁の水平方向水粒子速度 u_p から次式によって計算される。

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial u_p}{\partial x} + u_p \frac{\partial u_p}{\partial x} \quad \dots(2)$$

さらに連続式と連立することにより、未知量 u 、 w を求めることになる。

次に解析領域を有限個の三角形要素群に分割し、1つの要素内の u 、 w を節点での値 u^n 、 w^n と形状関数 ϕ を用いて近似する。本研究ではガラーキン法を用い u^n 、 w^n を計算することにした。今回用いた形状関数 ϕ は、 x と z についての1次式であり、2回以上の微係数を表現することができない。そこで右辺第2項に含まれる2階微分を、部分積分により1階微分のみで構成される形式に変形した。

また非線形項については、Newton-Raphson法によるくりかえし計算を行った。時間方向の離散化は差分法によった。

上記の定式化および解法の妥当性を検討するため、まず本解析を層流境界層に適用し、その結果を岩垣・土

屋ら¹⁾の解析解と比較したところ、両者が良く一致することがわかった。²⁾

3. 計算条件

解析領域は水平方向に一波長分、鉛直方向には z_0 から境界層厚 δ_w までをとった。水平方向、鉛直方向の要素分割数はそれぞれ40,10で、底面付近の水粒子速度の特性を詳細に調べるために、メッシュを底面近くで細かくとった。計算時間ステップは1周期の1/64である。

内部節点の初期条件は、著者ら³⁾による乱流境界層の線形解を、境界条件は境界層外縁において、その高さにおけるストークス波の第2次近似解を与えることにした。ただし、初期条件については、内部節点で与える値が、境界層外縁で境界条件による値となめらかにつながるように、各位相ごとに補正を行った。

4. 実験結果との比較検討

ここでは著者ら³⁾が、レーザー・ドップラー流速計を用いて底面近傍の水粒子速度を実測した結果と、本計算結果との比較検討を行う。

著者らの実験の諸元は波高 $H=8.2\text{cm}$ 、周期 $T=1.67\text{sec}$ 、水深 $h=30\text{cm}$ であり、水槽底部には $2\text{mm} \times 2\text{mm}$ の断面を持つ角柱を 15mm 間隔に並べた棧粗度を敷設している。

図-1は両者を比較した結果であり、図中の破線は著者らによる乱流境界層の線形解である。

図から非線形性を考慮した本数値解が線形解より、実験値を良く説明することがわかる。特に、波の峰位相で底面から境界層外縁に近づく途中で流速分布が大きくふくらみ、外縁速度より大きくなるという over-shooting 現象が実験結果には見られるが、非線形解の流速分布にもこの性質が顕著に現れることがわかる。この性質は線形の乱流境界層方程式では、渦動粘性係数の鉛直分布や時間変動性を考慮しても表現できなかったことを考えると⁴⁾、波の非線形性に起因する現象と思われる。

5. 摩擦係数の検討

図-1から非線形解は線形解より、底面における速度

勾配が大きくなっていることがわかるが、このことは線形の乱流境界層方程式では底面せん断応力 τ を過小に評価することを意味している。

τ を求めるためには底面での水粒子速度の z 方向勾配 $\frac{\partial u}{\partial z}\Big|_{z=z_0}$ を計算する必要がある。本解析では、水粒子速度を各節点において離散的にしか求めることができないので、多項式による補間法の1種である、B-スプライン関数を援用して、底面における $\frac{\partial u}{\partial z}\Big|_{z=z_0}$ の値を求め、底面せん断応力 τ を計算した。

ここでは波の有限振幅性が底面せん断応力に及ぼす効果を、次の2つの定義式に基づいて算出した摩擦係数で評価した。

まず最大底面せん断応力 τ_{max} と境界層外縁での微小振幅波から求めた水粒子速度振幅 $\hat{u}_p$ を使って摩擦係数 f_w を次式で定義した。

$$\tau_{max}/\rho = \frac{1}{2} f_w \hat{u}_p^2 \quad \dots(3)$$

次に時間平均した底面せん断応力から第2の摩擦係数 $\overline{f_w}$ を次式で定義した。

$$\overline{|\tau|}/\rho = \frac{1}{2} \overline{f_w} \overline{u_p^2} \quad \dots(4)$$

ここで $\overline{}$ は波について1周期平均した量を意味する。

表-1は水深 h 、周期 T 、粗度高さ z_0 を与えた2通りの計算ケースに対して、波高 H を変化させた場合の摩擦係数 $f_w, \overline{f_w}$ の計算結果を示したものである。表中には与えられた計算条件から算出された波形勾配 H/L と $\hat{u}_p/\sigma z_0$ の値を示した。 $\hat{u}_p/\sigma z_0$ は境界層外縁における水粒子軌道振幅 $A_m (= \hat{u}_p/\sigma)$ と定常流におけるNikuradseの相当粗度に対応する $k_b (=30z_0)$ との比 A_m/k_b の30倍に相当する。また著者らによる乱流境界層の線形解も記入した。

表-1の結果から次のことがわかる。

非線形計算による摩擦係数の値は、線形解より大きく、その差は波高が大きくなるほど大きい。また、CASE-1とCASE-2で同じ波高の計算結果を比較すると、 $H=10\text{cm}$ の場合を除いてCASE-1の方がCASE-2より $f_w, \overline{f_w}$ ともに大きく、その差は波高の増加とともに大きくなる。波高が同じであればパラメーター $\hat{u}_p/\sigma z_0$ の値はほぼ等しく、 H/L の値はCASE-1がCASE-2の2.4倍程度の値となる。したがって、CASE-1とCASE-2の f_w の結果の差は波の非線形性によるものと考えられる。また、波高が大きい場合の非線形計算の結果は、Kamphuisをは

じめとする従来の摩擦係数の算定公式による値の、最大で5倍程度の値となることがわかった。

(謝辞) 最後に、有限要素法解析を行うにあたって、熊本大学工学部の滝川清講師より貴重な教示・助言を頂いたことに対して感謝の意を表する。

(参考文献) 1) 岩垣・土屋・坂井・陳 : 京大防災研年報, 1988. 2) 浅野・岩垣 : 土木学会論文報告集, (投稿中) 3) 浅野・岡本・岩垣 : 第30回海講, 1983. 4) 浅野・五道・岩垣 : 第39回年講, 1984

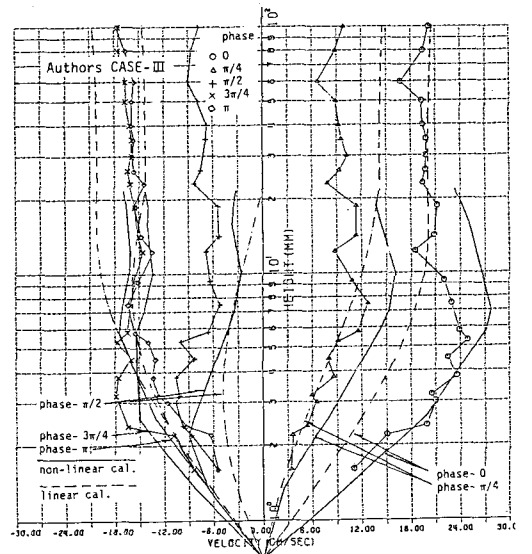


図-1 著者らの実験結果³⁾と本計算結果の比較

表-1 摩擦係数 $f_w, \overline{f_w}$ の計算結果

CASE-1 $h=100\text{cm}, T=4\text{sec}, z_0=0.2\text{cm}$						
H (cm)	H/L $\times 10^{-2}$	$\hat{u}_p/\sigma z_0$	non-linear cal.		linear cal.	
			f_w	$\overline{f_w}$	f_w	
10	0.83	45.6	0.216	0.209	0.133	
20	1.67	91.2	0.180	0.148	0.092	
30	2.50	136.1	0.177	0.128	0.074	
40	3.33	182.4	0.186	0.122	0.064	
50	4.17	228.1	0.204	0.125	0.057	
60	5.00	273.7	0.239	0.134	0.052	
70	5.84	319.3	0.300	0.148	0.048	
80	6.67	364.9	0.390	0.164	0.045	

CASE-2 $h=250\text{cm}, T=6\text{sec}, z_0=0.2\text{cm}$						
H (cm)	H/L $\times 10^{-2}$	$\hat{u}_p/\sigma z_0$	non-linear cal.		linear cal.	
			f_w	$\overline{f_w}$	f_w	
10	0.35	42.8	0.238	0.253	0.138	
20	0.71	85.7	0.153	0.153	0.095	
40	1.41	171.3	0.105	0.093	0.066	
60	2.12	257.0	0.089	0.071	0.054	
80	2.83	342.7	0.081	0.059	0.047	
100	3.53	428.4	0.078	0.054	0.042	
120	4.24	514.1	0.080	0.051	0.038	
160	5.65	685.5	0.090	0.050	0.033	
200	7.06	856.9	0.109	0.051	0.030	