

1. まえがき 開水路弯曲部における流れには遠心力が作用することあつて、水面形は横断方向に内岸側では低く、外岸側では高い形になる。内岸と外岸とにおける水位差については、主流の横断方向への分布が自由渦型、強制渦型、一様のそれぞれの場合について従来から検討されてきている。弯曲の曲率半径が水路幅に比較して相当大きければ、水位差は一樣な流速分布であるとして、かなりの精度で簡単に求めることができる。

曲率半径が水路幅に比較してそれ程大きくない場合については、Ippen と Drinker が運動量補正係数に相当するものが1に等しいと仮定して検討した報告であるとか、あるいは流下方向へ変化しない二次元流れであるとして取扱った研究等がある。あるいはまた数値計算²⁾によつて水面形自身を求める検討も行われている。

本報告においては、前記のような必ずしも実情に合わない仮定を行うことなく、しかも簡便に内岸と外岸との水位差を求める方法について考察を行った。妥当な水位差・水面形が得られるならば二次流、河床せん断力の評価にも役立つものと考えられる。

2. 基礎式 水深に比較して、弯曲水路の曲率半径や流下方向への長さは相当大きいと仮定して、円筒座標を用いて運動方程式を立てるとつぎのようになる。r, θ 方向それぞれに対して

$$\partial (U_0^2/2 + gh)/\partial r - U_0 \gamma = \partial (\varepsilon \partial U_r / \partial z) / \partial z \quad (1)$$

$$\partial (U_0^2/2 + gh)/r \partial \theta + U_r \gamma = \partial (\varepsilon \partial U_\theta / \partial z) / \partial z \quad (2)$$

ここに U_0 , U_r はそれぞれ主流、二次流の速度, g は重力加速度, h は水深, γ は鉛直軸に関する渦度, ε は渦動粘性係数である。また連続方程式は $\partial U_0 / r \partial \theta + \partial U_r / \partial r + U_r / r + \partial U_z / \partial z = 0$ (3)

ここに U_z は鉛直方向の二次流速度成分である。

これらの式から左右兩岸の水位差を求める基礎式を得るのに次のような考え方をする。すなわちまず主流方向の式(2)において等流仮定をして、摩擦項を消去する。そして主流速度の流下方向への変化を示す項は連続式(3)を用いて代入する。このようにして得られた渦度 γ に関する式を式(1)に代入する。そしてそれを底面から水表面まで積分し、水深 h の r 方向への変化を示す式にまとめる。ここで r 方向への底面摩擦等は微小であるとして省略し、さらに横断方向について水路中央における値を平均的に代表させることができるとすると左右兩岸の水位差 Δh を示す式は $\Delta h = (U_{mc}^2 / g r_c) / (1 - Fr_c^2) B$ (4)

となる。ここに Fr_c は鉛直平均主流速度 U_m を用いた水路中央の Froude 数, r_c は水路中央の曲率半径, U_{mc} は鉛直平均主流速度の水路中央の値, B は水路幅である。

因みに Ippen と Drinker によつて得られた水位差を示す式はつぎのようである。

$$\Delta h = (U_{mc}^2 / g r_c) / (1 - (1/4)(B/r_c)^2) \cdot B \quad (5)$$

これは主流速度の横断分布は自由渦型 ($U_m r = C_1$) であるとして、定数の C_1 は運動量補正係数が1に等しくなるものとして決めて得られたものである。ここに断面平均流速と鉛直平均流速の水路中央における値とが等しいとしている。

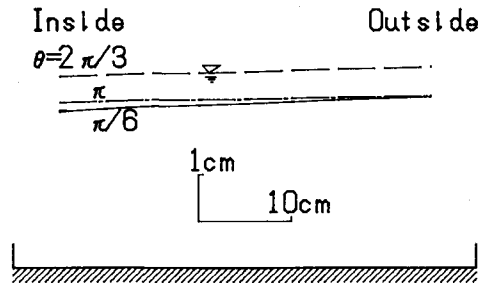


図-1 横断水面形

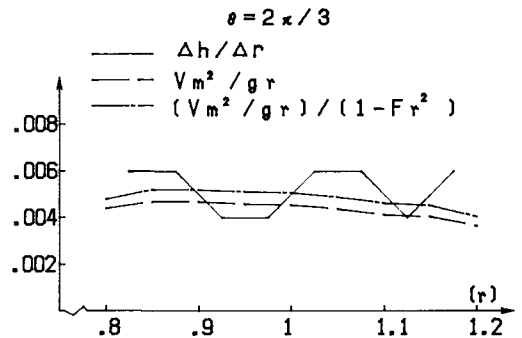


図-2 実測勾配と計算値との比較

3. 実験的検討 実験は単一の180°弯曲部の両端に直線部が接続している水路で行った。横断水面形については図-1のようである。弯曲角が $\pi/6$ 程度で勾配が大きい、 $\theta=\pi$ ではかなり小さくなる。また縦断水面形については、 $\theta=0$ から π までの中央部で水位が高くなる。横断水面勾配については、式(1)で摩擦項を省略し、 γ としては $\gamma = \partial V_\theta / \partial r + V_\theta / r$ を用いて $\partial h / \partial r = V_m^2 / gr$ として計算した場合と、式(4)の元になる $\partial h / \partial r = (V_m^2 / gr) / (1 - F_r^2)$ から計算した場合と実験値とが図-2に比較して示してある。平均的に見れば実験値は後者の計算値の方に近いと見ることができる。

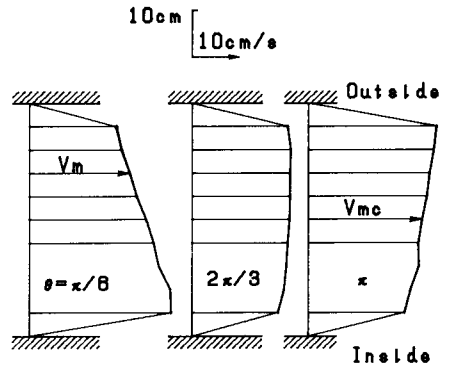


図-3 主流速度の横断分布

従来から言われているように最初は内岸側の流速が大きく、やがては外岸側の方が大きくなるように変化する。流速を水路中央における値で割って無次元の形にして示すと図-4のようである。すなわち $\theta = \pi/6$ では自由渦型の分布をしているが、 $\theta = \pi$ では強制渦型の分布に近くなる。 $\theta = 2\pi/3$ においては、必ずしも一様な分布とは言えないが、自由渦型・強制渦型の分布とも異なるようである。

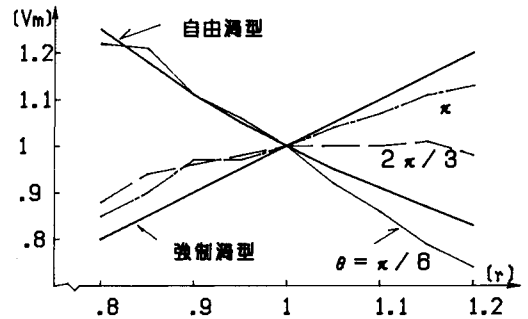


図-4 主流速度の横断分布の比較

左右兩岸の水位差についてはその概略値は $\Delta h = V_m^2 / gr$ から得られるとされている。しかしこれから計算される値を実験値と比較すると過小値を与える。

表-1 水位差の計算値と実測値

またIppenとDrinkerによる式(5)から計算される値については表-1に示されているように依然として実験値より小さな値になる。

位置	F_r ($\times 10^{-1}$)	$\Delta h / \Delta r$ ($\times 10^{-3}$)	V_m^2 / gr ($\times 10^{-3}$)	水位差 Δh (mm)		
				式(5)	式(4)	実測
$1\pi/6$	4.29	8	6.49	2.7	3.18	3.2
$2\pi/6$	3.61	6.25	5.12	2.13	2.36	2.5
$3\pi/6$	3.48	5.75	4.9	2.04	2.23	2.3
$4\pi/6$	3.28	5.25	4.54	1.89	2.04	2.1
$5\pi/6$	3.68	6.5	5.29	2.2	2.45	2.6
$6\pi/6$	4.11	3.75	6.14	2.56	2.96	1.5

本報告における式(4)と実験値とを比較すると表-1にあるように $\theta = \pi$ の位置の場合を除いてよく一致している。従来の計算式には連続方程式が考慮されていないが、式(4)にはそれが入っているのが実情に合ってきた原因の一つではないかと思われる。

$\theta = \pi$ の位置における主流の流速分布は強制渦型であり、横断方向の摩擦項が無視できなくなるものと考えられる。式(4)は摩擦を省略しているから、計算式による値と実験値とが合わなくなってきたものと思われる。

4. あとがき 弯曲水路における横断方向の水面形については、近年数値計算が行われるようになってきているが、本報告においては簡便な左右兩岸の水位差の求め方について検討を行った。

主流速度の横断方向への分布が自由渦型、強制渦型、一様等に想定して、水位差を求める関係式が従来から検討されてきている。これらによる値を実験結果と比較してみると必ずしも一致しない。多少実験値より小さな値を与えるようである。本報告においては、横断方向、縦断方向の運動方程式と連続方程式とを連立させて、式(4)に示されているような水位差を求める式を得た。従来は連続方程式において縦断方向への変化を示す項を省略して考察されていたが、今回はその項も考慮して検討を行った。その結果実験と比較してかなりよい一致が得られた。ただし強制渦領域においては、横断方向への摩擦が無視できなくて必ずしも実験値とは一致しなかった。今後それを量的に把握することが必要であると思われる。参考文献 1) Boundary Shear Stresses in Trapezoidal Channels. 2) 弯曲部の流れに及ぼす二次流の効果について。 3) 平坦固定床蛇行水路における3次元流況の解析。