

防衛大学校 土木工学教室 正会員 池 内 正 幸
 防衛大学校 土木工学教室 正会員 山 田 正
 防衛大学校 土木工学教室 村 上 良 宏
 防衛大学校 土木工学教室 正会員 重 村 利 幸

1. はじめに

正弦波形も不規則な波形を有する固定床水路、あるいは河床波を伴う移動床上、流れにおいては通常の常流射流のほかに部分的にシニアを伴ういわゆるシュート&プールと呼ばれる流れが存在することが知られている。著者らは文献(1)において正弦波および不規則波形を有する固定床水路流れを実験室に作り、上記3つの流れの発生領域を実験により明らかにしている。山地小流域の流出解析を行う上でもこのような開水路における水面形および抵抗則は解明すべき重要な問題である。さらに水理学の基本的な問題としても考えられる。このような観点から本研究は一般的水路床形状を有する開水路流れに発生する常流射流およびシュート&プールのそれぞれの発生領域と抵抗則を理論的に明らかにすることを目的としたものである。

2. 理論的考察

本研究で対象とする流れの概要と記号は図1に示されている。

このとき基本式は連続式として $U_0 h_0 = U(h_0 + \zeta - S)$ — (1) 次に水面

に対して Bernoulli の定理を適用すると、 $\frac{1}{2} \rho U_0^2 = \frac{1}{2} \rho U^2 + \rho g \zeta - S$ — (2) が得る。

こゝで (1), (2) 式より U を消去すると、 $U_0^2 [1 + (\zeta - S)/h_0]^2 + 2g\zeta = U^2$ — (3)

となる。(i) 微小振幅波形の場合 この場合は $|\zeta - S|/h_0 \ll 1$ — (4) より (3)

式は (5) 式のように書き改められる。ここに $Fr = U_0 / \sqrt{g h_0}$ とあり、上流一様部の

水深、流速を用いて定義されるフルード数である。(5) 式からわかるように

水路床の波形が微小振幅の場合には $Fr \geq 1$ に応じて常流と射流との

流れ方のみが存在することがわかる。(ii) 有限振幅波形の場合

この場合には圧力および流速分布は水深方向に分布を有するようになる。

エネルギー補正係数等も導入しなければならないが、これらの

効果は極端な河床波形を除いて通常非常に小さいため、本研究では

これらの効果は一切無視して取り扱う。このとき、(3) 式の両辺を

2 で割ると (6) 式が得られ、さらに (7) 式で示す無次元量を用いると

無次元水深 y に関する 3 次式の (8) 式が得られる。このとき $f(y)$

は一般的に図2に示すようになる。 $\eta = 0$ の場合には図中の A, B 2 点

が必ず存在し、これが射流と常流の水深に相当している。しかし上

流一様部のフルード数 Fr が同一でも η が異なる値より大きくなると A,

B 2 点は存在しなくなる。すなわち常流射流とは異なる水面形が存在

するようになる(この場合には抵抗を考慮しないと実際の水深は決ら

ない)。この場合がシュート&プールの水面形に相当している。なお限

界水深 y_c は条件式 (9) より求められ、(10) 式で与えられる。次に C&P の

発生限界は (8) 式が 3 実根をもつ条件(カルダノ公式)より与えられ、

(11) 式の様に分けられる(11)式左のものは他の研究者らによって多少異

つに方法で導かれているが(文献(2))。シュート&プールの発生限界とし

てこれを研究している。なお(11)式と実験値を比較するとともに Fr と

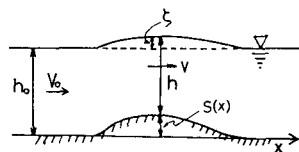


図1 流れの概要と記号の定義

$$\zeta = \frac{S(x)}{1 - Fr^2} \quad (5)$$

$$\left(1 + \frac{\zeta - S(x)}{h_0}\right)^2 + 2 \cdot \frac{g h_0}{U_0^2} \cdot \frac{\zeta}{h_0} = 1 \quad (6)$$

$$(h_0 + \zeta - S)/h_0 = h/h_0 = y, S/h_0 = \eta \quad (7)$$

$$f(y) = y^3 - \left(1 + \frac{1}{2} Fr^2 - \eta\right) y^2 + \frac{1}{2} Fr^2 = 0 \quad (8)$$

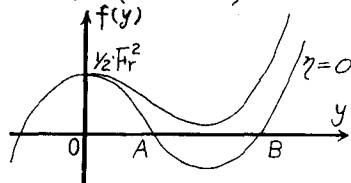


図2 $f(y)$ と y の関係

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 3y^2 - 2\left(1 + \frac{1}{2} Fr^2 - \eta\right) = 0 \quad (9)$$

$$y_c = \frac{2}{3} \left(1 + \frac{1}{2} Fr^2 - \eta\right) \quad (10)$$

$$\eta < 1 + \frac{1}{2} Fr^2 - \frac{3}{2} Fr^{\frac{2}{3}} \quad (11)$$

$$U_0 = \sqrt{2g h_0 i_0 / f'}, Fr = \frac{U_0}{\sqrt{g h_0}} \quad (12)$$

$$i_0 = Fr^2 \frac{f'}{2}, g_0 = U_0 h_0 = \sqrt{g} h_0^{\frac{3}{2}} Fr_0 \quad (13)$$

h_0 を与えなければならぬが、これは実験で測定する水路勾配と単位幅流量 q_0 を用いて表わすときは(12)式より得られる(13)式の関係式を用いる。なお図3は(8)式と解いて得られる $y-Fr$ の関係といくつかの河床高 h について表わしたものである。上記の解析は河床の凸部を越える前には跳水が発生していない場合であるが、発生している場合には(2)式の右辺に跳水によるエネルギー損失 Δh を加えなければならぬ。以下同様の解析を行うと(11)式のかわりに次式を得る。

$$\eta < 1 + \frac{1}{2} Fr^2 - \frac{3}{2} Fr^{2/3} - \frac{\left\{ \frac{1}{2} (\sqrt{1+8Fr^2} - 1) - 1 \right\}^3}{2(\sqrt{1+8Fr^2} - 1)} \quad (14)$$

図4は(11)、(14)式で与えられる常流・射流・シュートフール時の水面形遷移の臨界曲線の他に各種の水面形遷移の臨界曲線とそのときの水面形のスケッチを加えたものである。(11)式は射流→C&Pの、(14)式はC&P→射流への遷移限界を表わす式となっている。図5は $Fr-\eta$ の関係から q_0-h_0 関係に書き直したものである。図中の $\circ, \Delta$ は実験値とプロットしたものである。この図より(11)、(14)式は水面形遷移の履歴効果をよく表現していることがわかる。図6は図4と本質的に同じ図であるが、与えられた河床波の波高 a も h_0 と水深 h の効果を表わす図として解釈される。この図より河床波の波高に対して水深が十分に大きくなったときのみ流は常流と射流に二分される。このとき河床波は単に粗度としての役割を果たしているのみであらう。一方水深が比較的浅い場合にはC&Pの発生領域は十分に広く、山地河道等と比べると際びるに重要になると考えられる。

次にシュートフール時の抵抗を考察してみたい。本研究ではこのときの抵抗は主に跳水に起因するエネルギー損失として扱っている(河床形状による圧力抵抗、摩擦抵抗は運動量の定理を用いるとオーガ的に小さい値と見做すことができる)。このときC&P時の抵抗係数 f' は次式で与えられる。

$$(15) \quad f' = \left\{ 1 - \left[\frac{1}{2} (\sqrt{1+8Fr^2} - 1) \right]^3 \right\} \frac{h_0}{\ell}$$

ここに(15)式中の ℓ はシュートフールが1個存在する平均区間長である。図7は文献(1)に示す著者が行った正弦波形をした水路床上の流れの抵抗と(15)式によって与えられる抵抗(図中ではマング α で表示)とを比較(○がC&P、△は射流時の α で、対教則に理論値として用いている)したものである。比較的よく一致しており、本理論の妥当性も示している。さらに得られた値との値も山地河道の n 値と合理的な値となつていふように思われる。今後は上記の(15)式で得られる抵抗特性を組合せると山地河道と有る山地流域の流出解析を行う予定である。

参考文献(1) 山田正、池内正幸、堀江良徳：不規則断面をもつ開水路流れに関する研究、第28回水理講演会論文集、pp.149~155、1984。(2) 芦田和男：開水路断面急拡大部の水理に関する研究(2)一段落ち部の水理、土木研究所報告 No.105号、pp.133~156、1960。

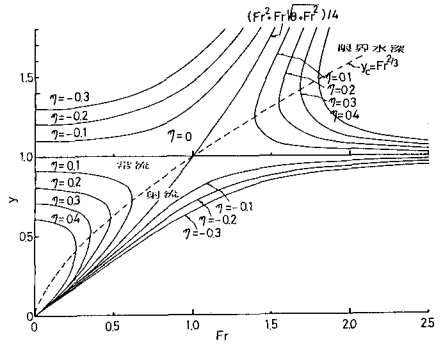


図3 η をパラメータとした $y-Fr$ 関係

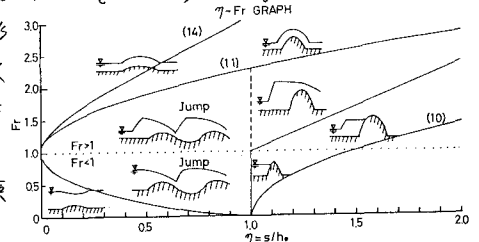


図4 各種水面形の出現領域

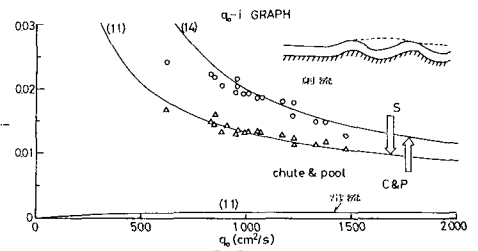


図5 水面形遷移の履歴効果と示す q_0-h_0 関係

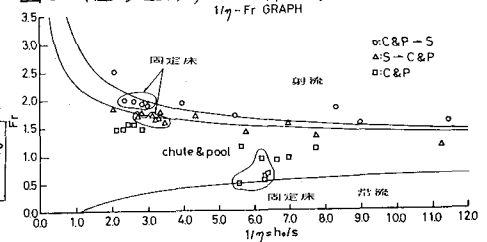


図6 水面形遷移の履歴効果と示す $1/\eta-Fr$ 関係

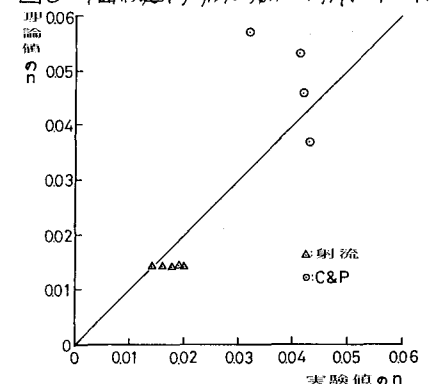


図7 実験値 n と理論値 n の比較