

久保田鉄工(株) 正員 ○難波 徹

神戸大学工学部 正員 篁 源亮

1. まえがき

本研究は河床波の発生機構を河床安定理論の立場から検討したものである。河床安定理論では中立な河床擾乱というのが仮定されるが、一般に砂を用いた実験でこれを確認することは難しい。そこで河床材料として軽量のポリスチロール粒子を用いて実験を行い、さらに豊浦の標準砂による実験と比較した。ポリスチロール球による実験結果は従来のポテンシャル流及び剪断流モデルに基づく河床安定理論では河床波の発生を説明しにくいと、新たに河床擾乱だけでなく底面剪断力も波動と仮定した理論を展開した。その結果、実験結果を容易に説明し得ることが明らかになった。

2. 河床安定理論

座標系を図-1に示す。流れの基礎方程式として

次の1次元剪断流の基礎式を用いる。

$$\partial h / \partial t + h(\partial u / \partial x) + u(\partial h / \partial x) = 0 \quad (1)$$

$$\partial u / \partial t + u(\partial u / \partial x) + g(\partial z / \partial x) + g(\partial h / \partial x) + \tau / \rho h - g s = 0 \quad (2)$$

ここに u は断面平均流速, τ は底面剪断力, $s = \sin \alpha$ である。次に河床の連続式は流砂量が流速と水深の関数であることから次式を用いる。

$$\partial z / \partial t + q_1(\partial u / \partial x) + q_2(\partial h / \partial x) = 0 \quad (3)$$

ここに $q_1 = \partial q_b / \partial u$, $q_2 = \partial q_b / \partial h$ であり q_b は体積率の流砂量を表わす。まず従来の手法に基づいて底面剪断力が平均流速の2乗に比例すると仮定して(1)～(3)式により中立条件を求めると、河床擾乱の移動速度が流速よりも大きいという物理的に不適当な結果が得られた。そこで本研究では河床擾乱と底面剪断力を共に波動と仮定して河床波の位相と角周波数の両者を考慮することにした。 $u = U + u'$, $h = H + h'$, $z = Z + z'$, $\tau = T + \tau'$ として(1)～(3)式に代入し微小変動量に関する線型方程式を求める。さらに u' , h' を消去して河床擾乱 z' と底面剪断力の変動量 τ' に関する方程式を導く。 z' は固相波であり τ' は液相波であるからその間には位相差, 波速差等が存在するものと考え、 z' , τ' を各々次のようにおく。

$$z' = z_0 \exp i(\alpha_1 x - \beta_1 t) \quad , \quad \tau' = \tau_0 \exp i(\alpha_2 x - \beta_2 t) \quad (4)$$

ただし、 z_0, τ_0 は振幅, α_1, α_2 は波数, β_1, β_2 は角周波数を表わす。(4)式を z' と τ' の関係式に代入し、さらに波動項を次のように変形する。

$$\frac{\tau_0 \exp i(\alpha_2 x - \beta_2 t)}{z_0 \exp i(\alpha_1 x - \beta_1 t)} = \frac{\tau_0}{z_0} (\cos \gamma + i \sin \gamma) \quad \text{ただし} \quad \gamma = (\alpha_2 - \alpha_1)x - (\beta_2 - \beta_1)t \quad (5)$$

この γ が河床擾乱と底面剪断力の位相差 ($\alpha_2 - \alpha_1$) 及び角周波数差 ($\beta_2 - \beta_1$) をパラメータとする空間と時間の関数項を表わしている。そして式を無次元化したあと流砂量に関する項を流砂量式 $q_b = k \times U^* (U^{*2} - U_{*c}^2)^m$ により変形し実部虚部を各々0とおくと中立河床に関する次の方程式を得る。

$$\frac{1}{K} \{ T_c C_b + A_c \ell_c P Q_b (7/6 - a) \cos \gamma \} = 0 \quad (6)$$

$$F_r^2 C_b^3 - 2 F_r^2 C_b^2 + (F_r^2 - 1) C_b + P Q_b (7/6 - C_b) + A_c \ell_c P Q_b (7/6 \ell_c - a) \sin \gamma = 0 \quad (7)$$

(6), (7) 式より Q_b を消去し $C_b = 0$ の場合を除くと中立条件式として次式を得る。

$$F_r = \frac{1}{1 - C_b} \sqrt{1 + T_c (\tan \gamma + A \sec \gamma)} \quad \text{ただし} \quad A = \frac{a_f^2 (7/6 - C_b)}{A_c \alpha_2^2 (7/6 - \beta_2 / U \alpha_2)} \quad (8)$$

ここに無次元量は $F_r = U / \sqrt{gH}$ (フルード数), $C_b = (\beta_1 / \alpha_1) / U$ (流速に対する河床擾乱の移動速度

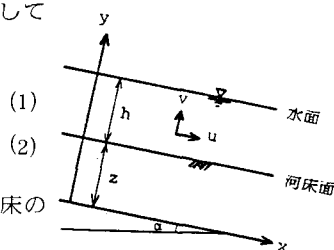


図-1 座標系

の比), $T_c=T/(\rho g H)$ (水深に対する平均底面剪断力の比), $A_c=\tau_o/(\rho g Z_o)$ (振幅の比), $Q_b=Q_b/UH$ (流量に対する流砂量の比), $K=\alpha_1 H$ (波数と水深の積), $\ell_c=\alpha_2/\alpha_1$, $a=(\beta_2/\beta_1)/U$, $P=1+2m/(1-U^*c^2/U^*2)$ である。

(8) 式により $F_r \geq 0$, $\alpha_1 H \geq 0$ の範囲において中立曲線を求めた結果を図-2に示す。曲線は $\alpha_2 = m\alpha_1$, $\beta_2 = n\beta_1$ の関係を仮定したうえで α_1 の値ごとに求めたもので $F_r > 1$, $F_r < 1$ の両領域において得られている。なお図中には比較のためにポテンシャル流理論に基づく Kennedy¹⁾の理論曲線を記入した。この曲線は河床と流れの間の遅れ距離(位相差)が0の場合に得られたものである。

3・実験結果との照合 実験には河床材料として均一粒径 0.8 (mm), 比重 1.04 のポリスチロール粒子及び $d = 0.343$ (mm) の標準砂を使用した。水深はポリスチロールの実験で 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5 (cm) の5通り, 砂の実験では 8.7 (cm) に固定した。実験は河床波が発生する最低流速において行った。このときポリスチロールによる実験では上流の河床波から数えて2番目以降の河床波が数個ほぼ同時に発生ししばらく, 波長・波高とも変化せずに移動する現象を検出した。最も上流側の河床波によって流れに微小なゆれが発生しその結果河床面に2番目以降の河床波が微小擾乱として発生したと考えると河床安定理論における中立擾乱と考え得る。一方砂による実験では河床波が以上のような過程で発生することはなく上流から順に発生した。ただし水深一定の条件下では河床波が発生する流速はほぼ一定していた。そこでこれらの状態の水理量、河床特性量を測定し平均

すると表-1のようになった。ここに x は河床擾乱が発生した位置を水路最上流端から測定した距離、 t はそれらが発生するために要した通水後の時間を表わす。以上の実験結果を図-2に○印(ポリスチロール)、□印(砂)として示した。まず Kennedy の理論曲線は図-2で $\alpha_2=\alpha_1$, $\beta_2=\beta_1$ として位相差、角周波数差とも0としたときの中立曲線 ($F_r > 1$) と同様に右下がりの傾向を示すが、いずれによってもポリスチロールの結果を説明できない。一方表-1の値を参照して得られた本研究による中立曲線に各実験結果はよく一致している。まず位相差に着目すると本研究による中立曲線は $\alpha_2 =$

表-1 河床波発生時の諸量

	ポリ スチロール	標準砂
U (cm/s)	9.2	21.2
z_o (cm)	0.1	0.35
β_1 (1/s)	0.037	0.0031
x (cm)	42	10
t (s)	180	600

α_1 より位相差0のときに得られておりこれは Kennedyと同様である。しかし重たい河床材料ほど動きにくいと考えられるので河床材料により固相波と液相波の波速の差は一定ではない。従って波数が一致するならば角周波数の差が異なることになる。本研究の実験値はポリスチロールの場合 $\beta_2=1.3\beta_1$, 砂の場合 $\beta_2=2.1\beta_1$ とした中立曲線に一致することから密度の大きい砂の方が角周波数差が大きくなることがわかり本研究の理論の妥当性が明らかである。

4・あとがき 従来の河床安定理論では位相差だけに着目されてきたが本研究では角周波数にも差のあることを考慮した。その結果、密度、粒径の異なる河床材料の実験結果を角周波数差により説明し得ることが明らかとなった。今後は河床材料の密度、粒径をさらに変化させて実験を行う予定である。

参考文献 Kennedy, J.F.: The mechanism of dunes and antidunes in erodible bed channels, J.F.M., 1963.

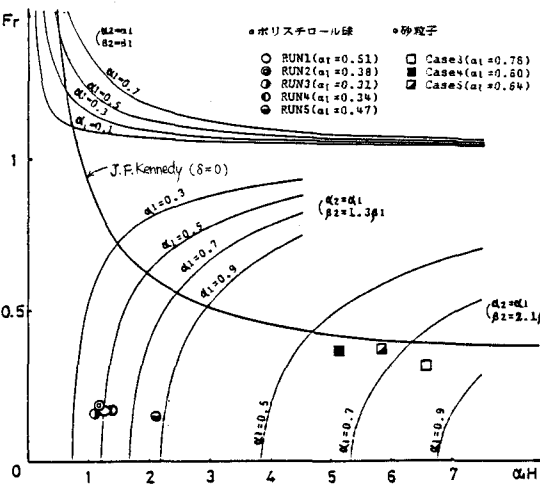


図-2 中立曲線及び実験結果