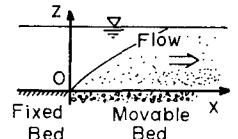


京都大学防災研究所 正 員 藤田 正治
 京都大学防災研究所 正 員 芦田 和男
 京都大学大学院 学生員 向井 健
 京都大学工学部 学生員 藤坂 賢治

1. まえがき 確率過程論に基づく浮遊砂量の解析法は、平衡浮遊砂量だけでなく、非平衡浮遊砂量の算定に対して非常に有用である。そのため、著者らは、粒子の浮遊運動の確率的解析と河床粒子の浮上率について考察してきた。本研究は、それらの成果をアーマーコートの形成過程において生じる非平衡浮遊砂量の算定に適用し、この理論の妥当性を検証するものである。

2. 非平衡浮遊砂量式 アーマーコートの形成過程のように、河床条件や水理条件が時間的・場所的に変化する場合、河床からの粒子の浮上率や浮遊運動特性もそれに応じて変化するため、非平衡浮遊砂量の算定が重要となる。そこで、図-1に示すように、原点より上流で固定床、下流で混合砂礫床の場合を対象とし、河床勾配が変化しないいわゆる parallel degradation の条件における浮遊砂量の算定法を検討する。時刻 T 、 $x = X$ における粒径階 i の粒子（以後粒子 i とする）の浮遊砂量は、流下方向の粒子の移動速度を一定とすると、次式で表わされる。



$$q_{si}(x, T) = \int_{\max(0, x - \bar{u}_{si}T)}^x q_{ui}(x, t) \cdot P_{si}(x, t, \tau) dx \quad \dots\dots (1) \quad \text{ただし, } t = T - \frac{x-x}{\bar{u}_{si}}, \tau = T - t \quad \text{図-1 河床条件}$$

である。ここに、 $q_{ui}(x, t)$: 時刻 t 、地点 x における粒子 i の浮上率、 $P_{si}(x, t, \tau)$: 時刻 t 、地点 x から河床を離脱した粒子 i が τ 時間後に浮遊状態にある確率、 $\bar{u}_{si}$: 粒子 i の平均流下速度で平均流速に等しいものとする。 $q_{ui}(x, t)$ は著者らの研究¹⁾より次式で計算される。

$$q_{ui}(x, t) / P \sqrt{g d_i} = \frac{2}{3} P_i \cdot 0.035 \cdot \sqrt{\frac{g}{f}} \cdot \frac{u_b}{\sqrt{g d_i}} \int_0^{\infty} \sqrt{C d_i^2 \tau - \frac{\pi}{8} C d_i^2 \tau^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{1}{2} \tau^2) d\tau \quad \dots\dots (2) \quad \text{ここに, } d_i, P_i: \text{粒子 } i \text{ の平均粒}$$

径および河床における混合率、 ρ : 粒子および流体の密度、 $\tau_0 = \frac{\pi}{8} C d_i^2 / C d_i^2$, $\tau_0 = \omega_{bi} / u_b$, $C d_i = 2 + 24 \nu / \omega_{bi} d_i$, ν : 動粘性係数、 ω_{bi} : 粒子 i の沈降速度、 C : 揚圧力係数、 f : 遮蔽係数である。 C, f は砂粒 Reynolds 数および礫の間隙中の粒子の存在高さから計算される。存在高さは河床の粒度分布から求められるが、後述するような二粒径混合砂の場合、細砂(粒径 d_1)の混合率 P_1 と粗砂(粒径 d_2)の頂部から細砂面までの距離 Δ の関係は図-2 のようになる。

次に、 P_{si} は粒子の鉛直方向の運動を運動方程式を用いて解析した文献¹⁾の手法より計算できるが、本研究ではこの理論を次のように簡単にする。すなわち、粒の平均継続時間 t_{em} 毎に時間ステップを区切り、ステップ 1 後の粒子の浮上高さ $\bar{z}_{p1}$ を文献¹⁾の手法で得られる z_{p1} の平均値とし、ステップ 2 以降の鉛直方向の粒子の移動速度を $w_3 - w_{bi}$ で近似する。ここに、 w_3 : 鉛直方向の乱れ速度である。 w_3 の確率分布を平均 0、標準偏差 u_b の正規分布とすると、ステップ n 後の粒子の存在高さの確率分布は次式のように表わされる。

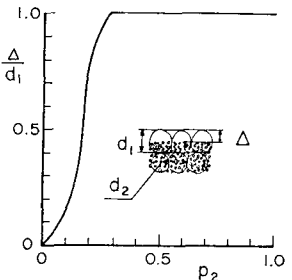


図-2 河床粒子の存在高さ
と細砂の混合率との関係

$$f_{ni}(z_{pn}) = \int_0^{\bar{z}_{pn}} f_{n-1,i}(z_{pn-1}) \eta_i(z_{pn} | z_{pn-1}) dz_{n-1}, \quad f_{1,i}(z_{p1}) = \delta(z_{p1} - \bar{z}_{p1}) \quad (\delta: \text{ディルタ関数})$$

$\dots\dots (3)$ ここに、 $\eta_i(z_{pn} | z_{pn-1}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} u_b t_{em}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \left(\frac{z_{pn} - z_{pn-1} + w_{bi} t_{em}}{u_b t_{em}}\right)^2\right\}$ である。以上の手法は Yalin²⁾ のモデルと同

様であるが、 z_{p1} を物理的に求めている点が彼らのものと異なる。式(3)より、ステップ n 終了時、粒子が浮遊状態にある確率は $P_{ni} = \int_0^{\bar{z}_{pn}} f_{ni}(z_{pn}) dz_{pn}$ であり、時刻 T において地点 x に存在する粒子がステップ n の運動過程に

あるとすれば、 P_{si} は P_{smi} と P_{sni} の値を比例配分して求められる。ところが、 f_{ni} の値はアーマーコートの発達とともに変化するが、parallel degradationでは水理条件がそれ程変化しないことと、粒子が一旦河床を離脱すれば粒子の運動に河床条件はあまり影響しないことから、ここでは f_{ni} は $t=0$ (通水開始時)の値を用いることにする。図7は後述の実験条件に対して、文献1)による P_{si} の計算値と上述の近似解を比較したもので、両者はよく一致しており、この方法で十分 P_{si} が計算できることわかる。ただし、 $tem U/h=1.2$ と書いた。ここに、 U ：平均流速、 h ：水深である。

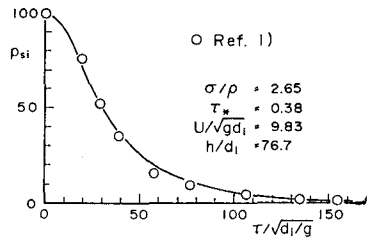


図-3 P_{si} の近似解

3. アーマーコートの形成過程のモデル 式(1)で浮遊砂量を算定するためには、河床変動や河床の粒度分布の変化を同時に解析しなければならない。河床粒子の交換層は、アーマーコート形成時では最大粒径程度であり、この層内での粒子の交換を図-4のように考えると、流砂と粒度分布の連続式は次のように導かれる。(式(4)(5)で q_{ui} 、 q_{di} の項を除けば平野の式³⁾と一致する。)

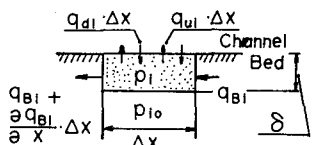


図-4 河床粒子の交換モデル

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \left(\frac{\partial \Sigma q_{bi}}{\partial x} + \Sigma q_{uc} - \Sigma q_{di} \right) = 0 \dots (4) \quad \frac{\partial P_i}{\partial t} + \frac{1}{\delta} \frac{1}{1-\lambda} \left(\frac{\partial q_{bi}}{\partial x} + q_{uc} - q_{di} \right) + \frac{1}{\delta} \frac{\partial P_i}{\partial t} P_{i0} = 0 \dots (5)$$

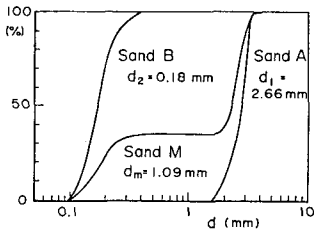


図-5 実験用砂

砂から河床砂への沈降率および初期の混合率、 λ ：空隙率、 Σ ：河床値である。 q_{di} は2.の解析結果を使って次式で表示される。

$$q_{di}(X, T) = \int_{x_0}^x q_{ui}(x, t) \partial P_{si}(X, t, z) / \partial x \cdot dx \dots (6) \quad (x_0 = \max(0, X - \bar{u}_s \cdot T))$$

以上より、擬似等流の仮定のもとに、掃流砂量式に芦田・道上式、混合砂の限界掃流力に芦田・道上のEgiazaroffの修正式、抵抗則に封数則を用いると、差分法によって河床位、河床の粒度分布、流砂量の変化が計算できる。

4. 実験結果と理論結果の比較 平均粒径 $d_1=2.66$ mmのA砂と $d_2=0.18$ mmのB砂を約7:4の割合で混合したM砂(図-5参照)を5.5mの区間に敷き、河床勾配0.008、単位幅流量 $57 \text{ cm}^2/\text{sec}$ 、初期摩擦速度 3.3 cm/sec の条件で通水し、河床位、水位、浮遊砂量、河床の粒度分布などの測定を行った。この条件ではB砂のみが流送され、アーマーコートが形成される。浮遊砂の採取には、流下方向に4箇所設置された直径0.75cmのサイフォンを用い、Rouseの濃度分布則から浮遊砂量を換算した。また、この実験条件に対して、流下方向の差分 $\Delta x=5 \text{ cm}$ 、相当粗度を平均粒径の2倍として上述の解析を行ない、 $X=5.5 \text{ m}$ の地点の粗砂の割合 P_1 、細砂の浮遊砂量 q_{s2} の時間変化および q_{s2} の縦断分布の時間変化を計算した。図-6、7は実験値と理論値を比較したものであり、理論値はアーマーコートの形成過程を比較的良く模擬しているようであり、それに伴って生じる非平衡浮遊砂量も、実験値の傾向をよく表わしている。

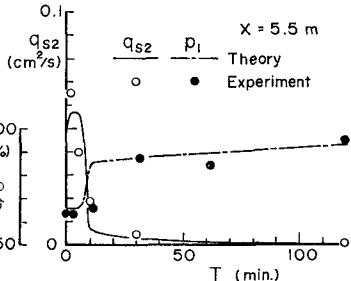


図-6 P_1 、 q_{s2} の時間変化 ($X=5.5 \text{ m}$)

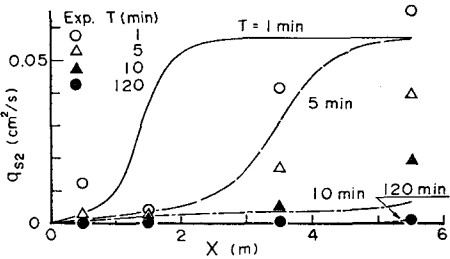


図-7 q_{s2} の縦断分布の時間変化

5. あとがき アーマーコートの形成過程における非平衡浮遊砂量の算定法は、ほぼ妥当であることが認められた。今後、この理論のアーマーコートの破壊過程や実河川の条件への適用性についても検討したい。

<参考文献> 1) 芦田ら, 第29回本講, 1985 2) Yalinら, Proc Instl. Symp. on River Mech, 1973, 3) 平野: 土木論文報告集, 1971