

京都大学工学部 正 員 村上 正吾

京都大学工学部 正 員 中川 博次

金沢大学工学部 正 員 辻本 哲郎

1. まえがき 著者らは掃流浮遊の両者を含む bed material load 流送モデルの確立を目的とし、saltation 運動をしている粒子が乱れにとり込まれ浮遊砂へと遷移する確率を評価することの重要性を明らかにした上で、その遷移機構のモデル化¹⁾を行った。本報は、とくにそのモデル中最も重要である遷移基準について、ポリスチレン粒子を用いた粒子運動のビデオ解析にもとづいて考察を行ったものである。

2. Saltation 粒子の浮遊への遷移のモデル化の概要 bed materialの流送を、河床から移動開始した粒子は継続跳躍 (successive saltation) を行い、あるものはその途中で乱れ的作用により流れ内に拡散、ランダム運動を呈す (浮遊砂として挙動する) というようにとらえる。継続跳躍しているいわゆる掃流砂の鉛直方向存在確率密度 $f_B(y_B)$ 、浮遊砂に遷移した粒子のランダム運動の軌跡より与えられる出発高さ y_B の条件付きでの存在高さ確率密度 $f_S(y|y_B)$ がわかっているとき、 $y=y_B$ で跳躍粒子が浮遊砂へ遷移する確率 $p_T(y_B)$ が与えられれば浮遊砂濃度 $C_S(y)$ は次のように掃流砂濃度 $C_B(y)$ と関連づけられる。

$C_S(y) = \int_0^h p_T(y_B) C_B(y_B) \hat{f}_S(y|y_B) \gamma_T(y_B) f_B(y_B) dy_B \cdots (1)$ 、但し、 $\hat{f}_S(y|y_B) = f_S(y|y_B) / f_S(y_B|y_B)$ 、また、 $\gamma_T(y_B)$ は浮遊砂としての継続時間の出発点高さによる重みづけで、 $f_S(y|y_B)$ がわかれば求められる (h : 水深)。 C_B 、 f_B は掃流運動を不規則継続跳躍として解析する²⁾ ことで、 $f_S(y|y_B)$ は浮遊粒子の運動のとり扱い (拡散理論や確率論的アプローチ) によって明らかにされる。これに対し残る $p_T(y_B)$ が掃流砂と浮遊砂の相互干渉を表わすものである。流砂現象を詳細に観察していると、まるで水流の乱れに無関係に不規則継続跳躍 (スケールが不規則であるだけで、一つ一つのsaltation の軌跡は確定論的) している粒子が、あたかもある“瞬間”、乱れの影響を受け、予め決められていた (という感じのする) saltation の軌跡から異常に逸脱し、その後は浮遊運動とみなせる挙動をとるという形で、掃流砂から浮遊砂への遷移が行われる。こうした事象をモデル化し、いま、 Δt の時間だけ鉛直方向の水流の乱れ速度 v' が作用することにより生じる粒子軌跡の継続中saltation 軌跡よりの偏倚量 ξ がある基準値 ξ_0 より大きいと浮遊砂に遷移してしまうと考える ($\xi < \xi_0$ なら、軌跡のずれは単なる『ゆらぎ』として扱えるものとする)。粒子の運動方程式より、 $\xi/d = K_\xi \cdot \{ |\omega - v_*| \cdot (|\omega - v_*| + |v_*| \cdot v_*) \} \cdots (2)$ 、ここで、 $K_\xi = \{ C_B A_2 / 4 A_3 \cdot (\sigma/\rho + C_M) \} (h/d)^2 \cdot (u_* \Delta t/h)^2 \cdots (3)$ が得られる (C_B : 抗力係数; d : 砂粒径; A_2 , A_3 : 砂の形状係数; σ/ρ : 砂の比重; C_M : 付加質量係数)。但し、 $\omega \equiv v'/u_*$, $v_* \equiv v_g/u_*$, u_* : 摩擦速度, v_g : 砂粒の鉛直方向速度でsaltation の初速度 v_0 の関数でもある。 $\omega_* = \omega / \sigma_\omega$ ($\sigma_\omega = \sqrt{v'^2}/u_* = D \cdot \exp(-\eta)$), $\eta = y/h$ が標準正規分布するとし、その分布関数を $\Phi(\omega_*)$ と書くと、 (k, j) 相の遷移のsaltation 初速度の条件付きでの確率は、 $p_T^k(y|v_0) = 1 - \Phi(|\omega_* c_j^k|) \cdots (4)$ で与えられる。 $k=1, 2$ はそれぞれsaltation の上昇時、下降時に生起する遷移、 $j=1, 2$ はそれぞれ上向き、下向き偏倚を示す。 $\omega_* c_j^k$ はそれぞれの『相』に対し $|\xi_*| > |\xi_* c_j^k|$ ($\xi_* = \xi/d$) となる ω_* の限界値である。 k, j の条件を開放、さらに、saltation 初速度の分布²⁾ を用いてその条件をも開放することで $p_T(y)$ が求められる。すなわち、 $p_T(y|v_0) = \sum_{k=1}^2 \{ \sum_{j=1}^2 p_T^k(y|v_0) \} / 2 \cdots (5)$ 、 $p_T(y) = \int_{y_{0c}}^\infty p_T(y|v_0) g_0(v_0) dv_0 / \int_{v_{0c}}^\infty g_0(v_0) dv_0 \cdots (6)$ 、また、高さ方向に平均することで、 $\bar{p}_T = \int_0^h p_T(y) f_B(y) dy \cdots (7)$ が得られる。

3. Saltation 粒子の浮遊への遷移基準 上述のように継続跳躍している粒子が浮遊へ遷移する確率を求めるモデルのフレームワークは得られたが、モデル中の Δt 、 $\xi_* c_0$ をどうとるのが重要なポイントとなるにもかかわらず、その決め手がない。前論文でも述べられたようにこれらの p_T に及ぼす効果は大きい。saltation 中の粒子の受ける“乱れ”の時間スケール、saltation 運動の外的擾乱に対する“不安定性”な

ど、その力学的な機構の面からの検討を進めねばならないが、今回はポリスチレン粒子($d=0.128\text{cm}$, $\sigma/\rho=1.03$, 沈降速度 $w_0=1.79\text{cm/s}$)の運動のビデオ解析結果をもとにこれらの量の評価について検討を行った。まず図-1に示すようにビデオ解析(30コマ/秒)により粒子軌跡を測定、河床から飛び出した際に決定づけられ

ているであろうsaltation 軌跡を推定(図中の実線)、それから偏倚シランダムな浮遊現象へ移った際、初期偏倚量($\Delta t=1/15$ 秒とした) ξ の頻度分布を調べた。そのヒストグラムが図-2に示され、 $\xi_*=\xi/d$ の最小値はほぼ0.2 程度である。もっとも $\xi=0.2\sim 1.0$ 程度ではこうした偏倚が必ず遷移をもたらすとは限らないが、この結果より $\Delta t=1/15$ 秒程度とすると $\xi_*\sim 0.2$ 程度との推定を得た。一方フィルム解析より $\bar{p}_T$ を実測、式(7) による理論曲線(パラメータ ξ_* を変化させた)と比較することにより、 $\xi_*\sim 0.2$ の妥当性が示される(図-3)。より詳しく検討するため、次式で与えられる遷移位置(高さ)の鉛直方向分布を実測値と比較した(図-4)。 $f_T(y)=p_T(y)f_B(y)/\int_0^h p_T(y)f_B(y)dy\cdots(8)$ または、 $f_T(y)=\int_0^h p_T(y|H_s)\cdot f(H_s)T_s dH_s/\int_0^h p_T(y|H_s)f(H_s)T_s dH_s dy\cdots(9)$ で、 $f(H_s)$: saltation 高さの分布の密度関数、 T_s : saltation period である。図-3のヒストグラムが実測、破線が式(8) にもとづくもの($f_B(y)$ を文

献 2) により推定)、実線が(9) にもとづくもの($f(H_s)$ の実測データ)である。これらは遷移相(k,j)=(1,1),(1,2)について示した。 $k=2$ は実験の性格上出現をとらえるのが困難であった。図-4からも $\Delta t=1/15$ 秒、 $\xi_*\sim 0.2$ とした時のモデルの適合性が確認された。さて、 $\bar{p}_T$ は Δt に独立に測定されるが、モデルでは $\bar{p}_T\sim \xi_*$ 関係は図-5のように Δt をパラメータとしており、図-4のように $\bar{p}_T$ が実測で与えられても($\xi_*, \Delta t$)のペアはいくらでも決まる。すなわち、 Δt を小さくとれば ξ_* はかなり小さく、 Δt を大きくとれば ξ_* は相当大きくなる。しかし、前論文にも示したように ξ_* が $p_{Tj}^k(y|v_0)$ に与える影響が大きく、とくに遷移相別の遷移確率を調べることににより、適切な ξ_* を Δt とは独立に決定することができる。図-6に今回の実験条件での $p_{Tj}^k(y|v_0)$ が示されており、ビデオ解析による卓越する遷移相の判定より $\xi_*\sim 0.2$ が適切であると判断した。よって $\Delta t=1/15$ 秒も妥当となる。次元解析的考察により、遷移に

関する時間スケールの相似律として $\Pi_t \equiv \Delta t \cdot \sqrt{(\sigma/\rho-1) \cdot g/d}$ を考えると、今回の実験条件より $\Pi_t=1.01$ が得られる。これによって、自然砂の浮遊砂への遷移も議論が拡張され、前論文¹⁾のフレームワークにもとづいて浮遊砂濃度分布(とくに基準面濃度)、浮遊砂量、総流砂量に占める浮遊砂量の割合、したがって平均的様相としての掃流状態から浮遊状態への遷移限界を明らかにできる。

<参考文献> 1)中川・辻本・村上・旗持:第29回水講演論文集,1985 2)辻本・中川:土木学会論文集,1984

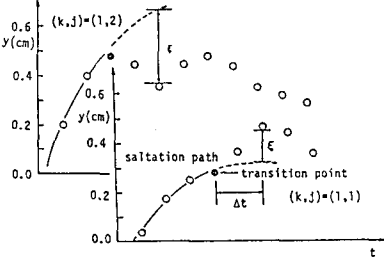


図-1 粒子運動の軌跡の例

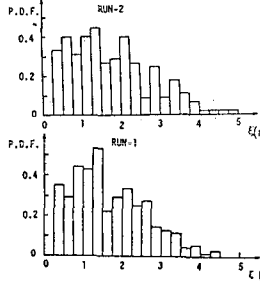


図-2 遷移の偏倚量の分布

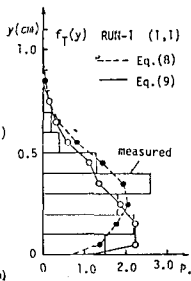


図-4 遷移位置の鉛直方向分布

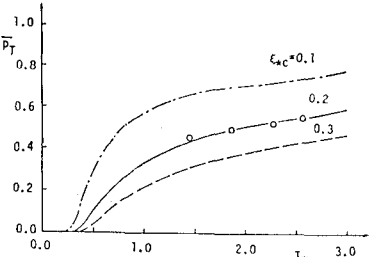


図-3 $\bar{p}_T \sim \tau_w$

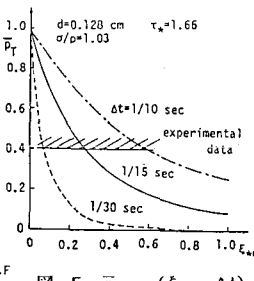


図-5 $\bar{p}_T \sim (\xi_*, \Delta t)$

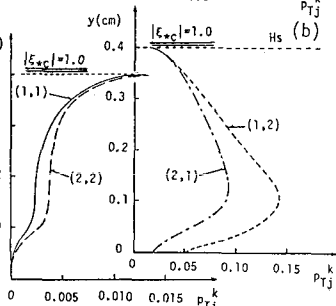
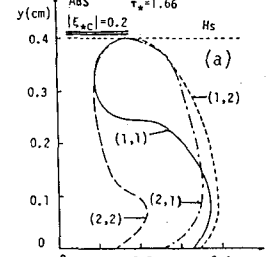


図-6 ξ_* による p_{Tj}^k の変化 ($\tau_w=1.66$)