

九州大学工学部 正員 平野宗夫

九州大学工学部 正員 〇大本照憲

九州電力 正員 安藤一郎

1. はじめに

前報¹⁾で、筆者等は二次元剪断乱流中の浮遊粒子を Lagrange 的に追跡し、速度、加速度の統計的性質を調べた。その際、粒子の軌道を上昇と下降に分けて解析した結果、運動特性に差違のあることが見出された。そこで、本研究は、浮流砂の軌道を組織的運動に支配されると考えられる浮上過程と、それ以降ランダムな運動を呈しながらも平均的には下降運動を続ける流送過程に分けて扱い、後者の流送過程に於ける浮遊粒子に運動方程式を立て、軌跡の数値シミュレーションを行なったものである。又、河床上に停止あるいは掃流状態にある粒子が主流に捕捉されて浮遊状態に遷移する単位時間当りの離脱確率を浮流砂の pick up rate とし、水理量との関係について実験的考察を試みた。

2. 浮遊粒子の流送過程の数値シミュレーション

(1). 浮遊粒子の運動方程式

前報の数値シミュレーション²⁾に於いては、浮遊粒子の遷移確率を正規分布とし、流れに対する粒子の相対速度の平均値を静水中の終末沈降速度に等しく、さらに、浮遊粒子の運動を一次マルコフ過程に従うと仮定し、こうして求められた飛距離の計算値は実測値に比べて小さいことが認められた。そこで、浮遊粒子の運動をより正確に追跡するために流水中を浮遊する粒子に対して、Basset, Boussinesq および Oseen によって与えられた次の運動方程式を基に検討を行なう。

$$\rho_p A_s d^3 \frac{d\mathbf{U}_p}{dt} = \frac{1}{2} C_D \rho A_s d^2 (\mathbf{U} - \mathbf{U}_p) |\mathbf{U} - \mathbf{U}_p| - A_s d^3 \text{grad } P + \frac{1}{2} A_s d^3 \rho \frac{d}{dt} (\mathbf{U} - \mathbf{U}_p) + \mathbf{F}_p \quad (1)$$

ここに、 $\mathbf{U}_p, \mathbf{U}$; 粒子および流体の速度、 ρ_p, ρ ; 粒子および流体の密度、 A_s, A_p ; 粒子の面積および体積に関する形状係数である。なお、式(1)では簡単のため Basset 項を省略している。式(1)に Navier-Stokes 方程式を代入して整理すると、流れ方向および深さ方向の粒子の運動方程式は次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{dU_p}{dt} &= \frac{\partial P}{\partial x} \frac{dU}{dt} - \frac{\rho A_s}{A_s d (2\rho_p + \rho)} C_D V_r (U - U_p) + \frac{Z(\rho - \rho_p)}{2\rho_p + \rho} g i_0 - \frac{2\rho}{2\rho_p + \rho} \frac{dU}{dt} \\ \frac{dV_p}{dt} &= \frac{\partial P}{\partial y} \frac{dV}{dt} + \frac{\rho A_s}{A_s d (2\rho_p + \rho)} C_D V_r (V - V_p) - \frac{Z(\rho - \rho_p)}{2\rho_p + \rho} g \end{aligned} \quad (2)$$

ここに、 $V_r = \sqrt{(U - U_p)^2 + (V - V_p)^2}$, i_0 は河床勾配である。流体粒子の加速度の瞬間値を厳密に記述することは難しく、ここでは時間平均を用いる。即ち、エネルギー勾配を I_e とすると、河床近傍以外では $\frac{dU}{dt} \approx g I_e$, $\frac{dV}{dt} = 0$ とみなし、 $i_0 = I_e$ とすると式(2)は式(3)のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{dU_p}{dt} &= \frac{\rho A_s}{A_s d (2\rho_p + \rho)} C_D V_r (U - U_p) - g i_0 \\ \frac{dV_p}{dt} &= \frac{\rho A_s}{A_s d (2\rho_p + \rho)} C_D V_r (V - V_p) - \frac{Z(\rho - \rho_p)}{2\rho_p + \rho} g \end{aligned} \quad (3)$$

なお、抵抗係数 C_D は、次の Rubey の式を用いている。

$$C_D = \frac{24}{Re} + 2 = \frac{24}{d\sqrt{(U - U_p)^2 + (V - V_p)^2}/\nu} + 2 \quad (4)$$

(2). 浮遊粒子の軌跡のシミュレーション 式(4)に於いて、各瞬間の流速 $\mathbf{U}(x, y)$ を平均値 $\bar{u}, \bar{v}$ と変動成分 u', v' に分け、 $\bar{u}$ は対数分布則、 $\bar{v} = 0$ で表わされている。乱れ速度 (u', v') が二次元正規分布に従うものとするれば

$P(u')$ を事前確率, $P(v|u')$ を事後確率として、各々次のようになる。

$$P(u') = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_x} \exp\left(-\frac{u'^2}{2\sigma_x^2}\right) \quad (5)$$

$$P(v|u') = \frac{1}{\sqrt{2\pi(1-r^2)} \sigma_y} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-r^2)\sigma_y^2} (v' - r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} u')^2\right\}$$

ここに、 σ_x, σ_y は各々 u', v' の標準偏差、 r は u' と v' の相関係数である。
 σ_x, σ_y は次式で表わされる中川・辻津の経験式を用いる。

$$\sigma_x = 2.30 u_* \exp(-y/h) \quad \sigma_y = 1.27 u_* \exp(-y/h) \quad (6)$$

又、相関係数 r は次のように表わされる。

$$r = -(1 - y/h) u_*^2 / \sigma_x \sigma_y \quad (7)$$

式(3)を Runge-Kutta 法により解く。又、各ステップでの乱れ速度 u', v' に対しては式(5)を下に大型計算機により模擬乱数を生じさせて求める。

(3). 計算結果と考察

種々の水理条件下で半水深より各々1000個の粒子を放出し、各粒子が粘性底層に到達するまでの距離(飛距離)を数値計算した。図1は、平均飛距離と平均流速との関係を示したもので、縦軸には平均飛距離を投入高さで、横軸は局所平均流速を河床から投入高さまで積分して得られる平均流速を終末沈降速度で無次元化している。浮遊粒子への乱れの奇与が小さく、比較的緩やかな流れに於いては、 $\bar{L} = \frac{1}{u_*} \%$ で表わされるが、本実験の範囲内ではこの値を大きく上まわっており、計算値は実測値にほぼ一致することが認められた。次に、計算結果の一例として飛距離の確率分布を図2に示す。計算値は、図中に示すガウス正規分布と良好な一致を示し、前報で得られた飛距離の確率分布の実測値と同様であることを確認された。

3. 浮流砂の pick up rate

浮流砂の pick up rate は、浮流砂量の算定に重要なパラメータとなる。本研究では、図3に示す粒子供給部にポリスチレン粒子を充填し、供給部の表面が固定床と一致するようにポイントゲージで上昇速度を調整しながら、等流状態にて pick up rate を測定した。掃流砂の pick up rate は trap 0 に捕捉された粒子から、浮流砂の pick up rate は、trap 0 を通過した粒子から各々求められている。図4に浮流砂と掃流砂の pick up rate を示す。浮流砂の pick up rate は、掃流砂のそれに比べ無次元掃流力に関して急激な増加傾向を示していることが窺える。

参考文献

- 1). 平野・大本・近藤 第39回年講 1984
- 2). 平野・大本・田中 第39回年講 1984
- 3). Nakagawa, Nezu and Ueda P. JSCE No.24/1975
- 4). M. Bayazit Jour. of Hydr. Research No.1 1972

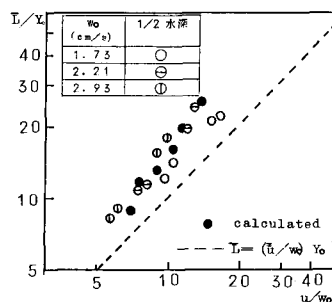


図-1 $\bar{L}/Y$ と u_*/w の関係

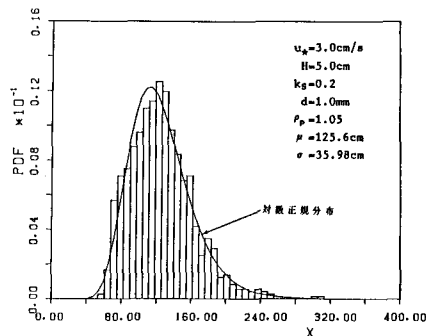


図-2 飛距離の確率分布 (計算値)

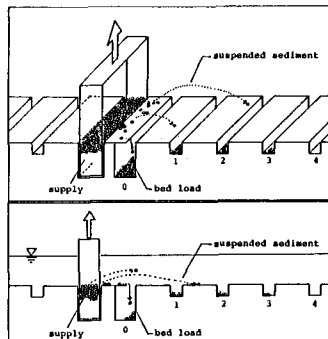


図-3 実験水路概略

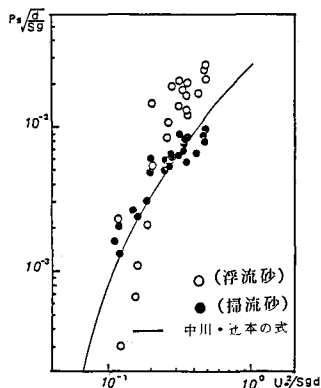


図-4 pick-up rate