

II-205 円柱橋脚周辺の局所洗掘に関する検討

—— 洗掘深の時間的変化特性 ——

京都大学防災研究所 正員 大年 邦雄
同 上 正員 今本 博健

1. はじめに：橋脚周辺の局所洗掘現象は前面に形成される下降流および馬蹄渦がその主要因であることが知られている。本研究は、実験時の観察に基づいて簡単化した洗掘孔形状と馬蹄渦に関する仮定より洗掘深の時間変化をモデル化し、clear water scour の条件下で得られた計算結果と比較検討したものである。

2. 洗掘孔形状のモデル化と連続式

2.1 第1洗掘過程：流水の円柱中心を通る縦断面内の洗掘孔形状を図-1のようにモデル化する。すなわち、洗掘孔斜面の勾配は中々一定であるが、洗掘孔底部の幅は洗掘深 z_s が第2洗掘過程への遷移洗掘深 z_{st} に達するまで z_s の増大とともに $k_0 D \sim k_1 D$ まで増大する。実際に洗掘されるのはBC部分である。

いま、 Δt 時間に洗掘深が Δz_s 増大したとすると、 $\frac{\partial z_s}{1-\lambda} \cdot BC \cdot \Delta t = \overline{AB} \cdot S + \overline{BC} \cdot \Delta z_s$ 、 $\tan \beta = (k_1 - k_0) D / z_{st}$ 、 $S = (\frac{1}{\tan \phi} + \tan \beta)$ より洗掘速度が次のように定式化される。

$$\frac{\Delta z_s}{\Delta t} = \frac{\partial z_s}{1-\lambda} \cdot \frac{(k_1 - k_0) \frac{z_s}{z_{st}} + k_0}{\frac{1}{\tan \phi} \frac{z_s}{D} + 2(k_1 - k_0) \frac{z_s}{z_{st}} + k_0} \quad (1)$$

ここに、 ∂z_s は BC 部分において単位時間・単位面積あたりに掘出した砂粒の容積、 λ は空隙率である。

2.2 第2洗掘過程：洗掘孔の形状を図-2のようにモデル化する。すなわち、 z_s が z_{st} 以上になると洗掘孔底部の幅は $k_1 D$ の一定で、斜面は中および砂粒の安息角 φ ($< \phi$) で表わされる。 z_{st}/D は比較的小さいため、ここでは洗掘孔斜面をPQで近似し、PQと水平面となす角を γ とする。実際に洗掘される領域は

(GCEF = A_{scour} であり、(ABCG = A_{slip} の領域は洗掘深の増大に伴って砂粒が滑落する。 Δt 時間に洗掘深が Δz_s 増大したとすると、 $\tan \gamma = z_s \tan \phi \cdot \tan \phi / \{ z_s \tan \phi + z_{st} (\tan \phi - \tan \gamma) \}$ 、 $S = \Delta z_s \cdot \cos \delta$ 、 $A_{scour} = \frac{1}{2} k_1 (k_1 + 1) D^2 \cdot \Delta \theta$ 、 $A_{slip} = \frac{1}{2 \cos \delta} \cdot \frac{z_s}{\tan \delta} \{ \frac{z_s}{\tan \delta} + (2k_1 + 1) D \} \cdot \Delta \theta$ であるから、 $\frac{\partial z_s}{1-\lambda} \cdot A_{scour} \cdot \Delta t = A_{slip} \cdot S + A_{scour} \cdot \Delta z_s$ より洗掘速度が次のように定式化される。

$$\frac{\Delta z_s}{\Delta t} = \frac{\partial z_s}{1-\lambda} \cdot \frac{k_1 (k_1 + 1) \sin \delta}{\frac{1}{\tan \delta} (\frac{z_s}{D})^2 + (2k_1 + 1) \frac{z_s}{D} + k_1 (k_1 + 1) \sin \delta} \quad (2)$$

3. 洗掘孔内の摩擦速度 u_{*} および無次元掃流力 τ_{*} ：平坦固定床流れでの馬蹄渦を半径 r_0 の円で近似し、渦外縁速度を V_{r0} と表わす。渦による循環 P_0 は、 $P_0 = 2\pi r_0 V_{r0}$ となる。この P_0 は円柱橋脚の存在に起因する循環の減少¹⁾、 $\Delta P = \frac{D}{2} U_H$ (U_H ：接近流の表面流速)と密接な関係があると考えられ、ここでは、 $P_0 = \epsilon \cdot \Delta P$ と表わす、 $P_0 = \alpha \cdot \frac{D}{2} U \cdots (3)$ とおく。ここに、 U は平均流速、 α は定数($= \epsilon \cdot U_H / U$)である。洗掘過程においては、洗掘深の増大とともに渦半径 r は増大すると考えられ、 $\{ r = r_0 + C_r z_s, r_0 = k_0 D \} \cdots (4)$ と仮定する²⁾。このとき、渦外縁速度を V_r とすると $P = 2\pi r V_r \cdots (5)$ と表わされ、 $P = P_0$ とおくこと(3)~(5)より V_r は式(6)のように表わされ、 $\phi_{*k} = V_r / u_{*}$ とおく。 u_{*} および τ_{*} がそれぞれ式(7)および式(8)のように表わされる。

$$V_r = \frac{\alpha}{4\pi} \cdot \frac{U}{k_0 + C_r \frac{z_s}{D}} \cdots (6) \quad u_{*} = \frac{\alpha}{4\pi} \cdot \frac{U}{\phi_{*k}} \cdot \frac{1}{k_0 + C_r \frac{z_s}{D}} \cdots (7) \quad \tau_{*} = (\frac{\alpha}{4\pi})^2 \cdot \frac{N_s^2}{\phi_{*k}^2} \cdot \frac{1}{(k_0 + C_r \frac{z_s}{D})^2} \cdots (8)$$

ここに $N_s = U / \sqrt{(\rho/\rho_s - 1)gd}$ 、 ρ ：砂粒密度、 ρ_s ：流体密度、 d ：砂粒径 である。

4. 第3洗掘過程：洗掘孔が十分発達し、洗掘速度が極めて小さい状態について考える。このとき、洗掘孔

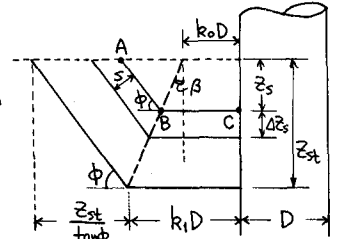


図-1 洗掘孔の形状(第1洗掘過程)

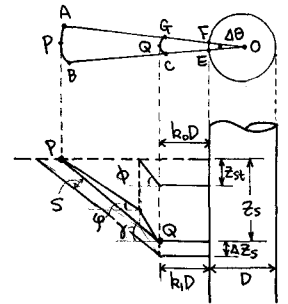


図-2 洗掘孔の形状(第2洗掘過程)

底部の砂粒子Aには、 V_r による揚力 L と抗力 D 、水中重量 W および粒子Bからの反力 R が作用する(図-3)。なお、 L および D は粒子の重心を通るものとする。接点Pに関するモーメントが釣り合うことより、 $\frac{d}{2} \cos \theta \cdot L + \frac{d}{2} \sin \theta \cdot D - \frac{d}{2} \cos \theta \cdot W = 0 \dots (9)$

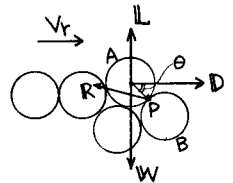


図-3 説明図

$L = \frac{1}{2} S_C V_r^2 A_2 d^2$, $D = \frac{1}{2} S_D V_r^2 A_2 d^2$, $W = (\rho - \rho_s) g A_3 d^3$ を式(9)に代入し、式(6)を用いると平衡洗掘深 z_{se} および限界無次元掃揚力 T_{kc} がそれぞれ次のように表わされる。

$$\frac{z_{se}}{D} = \frac{\alpha}{4\pi C_r} \sqrt{\frac{A_2}{2A_3}} (C_L + C_D \tan \theta) \cdot N_s - \frac{k_0}{C_r} \dots (10) \quad T_{kc} = \frac{2A_3}{A_2} \cdot \frac{1}{C_L + C_D \tan \theta} \cdot \frac{1}{\phi_{rk}} \dots (11)$$

ここに、 C_L : 揚力係数, C_D : 抗力係数, A_2 および A_3 は砂粒の形状係数(球を仮定すると $A_2 = \frac{\pi}{4}$, $A_3 = \frac{\pi}{6}$)。

5. 洗掘速度の定式化: 第1および第2洗掘過程に対してそれぞれ式(1)および式(2)が求められるが、式中の δ_s を与える必要がある。洗掘孔内の底砂量は非平衡性を考慮して評価するのが望ましいが、ここでは平衡状態における Yalin³⁾ の洗掘量式を拡張して用い、補正係数 ϕ を導入する。すなわち、 δ_B を単位時間・単位幅あたりの洗掘量とすると、

$$\delta_B = 0.635 U_* d \left\{ f_* - \frac{1}{\alpha} \ln(1 + \alpha f_*) \right\} \cdot \phi, \quad f_* = T_{kc}/T_{kc} - 1, \quad \alpha = 1.66 \sqrt{T_{kc}} \quad (12)$$

第1洗掘過程に対しては $\delta_s = \delta_B / (k_0 D + z_{se} \tan \beta)$ とし式(1), (7), (8), (11), (12) を用いると式(13)が得られ、第2洗掘過程に対しては $\delta_s = \delta_B / k_1 D$ とし式(2), (7), (8), (11), (12) を用いると式(14)が得られる。

$$\frac{\Delta(z_{se})}{\Delta(t_{se})} = m_1 \cdot \frac{1}{D/d} \cdot \frac{Z_1}{Z_2} \left\{ f_* - \frac{1}{\alpha} \ln(1 + \alpha f_*) \right\} \dots (13) \quad \frac{\Delta(z_{se})}{\Delta(t_{se})} = m_2 \cdot \frac{1}{D/d} \cdot \frac{Z_3}{Z_4} \left\{ f_* - \frac{1}{\alpha} \ln(1 + \alpha f_*) \right\} \dots (14)$$

ここに、 $Z_1 = \frac{(k_1 - k_0) \frac{z_{se}}{D} + k_0}{\frac{1}{\tan \beta} \cdot \frac{z_{se}}{D} + 2(k_1 - k_0) \frac{z_{se}}{D} + k_0}$, $Z_2 = \left\{ (k_1 - k_0) \frac{z_{se}}{D} + k_0 \frac{z_{se}}{D} \right\} \cdot (k_0 + C_r \frac{z_{se}}{D})$, $Z_3 = \frac{(k_1 + 1) \sin \gamma}{\frac{1}{\tan \beta} \cdot \frac{z_{se}}{D} + 2(k_1 + 1) \frac{z_{se}}{D} + k_1(k_1 + 1) \sin \gamma}$

$$Z_4 = k_0 + C_r \frac{z_{se}}{D}, \quad m_1 = \frac{\alpha}{4\pi} \cdot \frac{0.635}{1 - \lambda} \cdot \frac{P}{\phi_{rk}} \cdot \frac{z_{se}}{D}, \quad m_2 = m_1 / \frac{z_{se}}{D}, \quad \alpha = \frac{1.66}{\phi_{rk}} \sqrt{\frac{2A_3}{A_2}} \cdot \frac{1}{C_L + C_D \tan \theta}$$

$$f_* = \left(\frac{\alpha}{4\pi} \right)^2 \cdot \frac{A_2}{2A_3} (C_L + C_D \tan \theta) N_s^2 \cdot \frac{1}{Z_4} - 1, \quad \tan \gamma = \frac{\frac{z_{se}}{D} \tan \phi \cdot \tan \phi}{\frac{z_{se}}{D} \tan \phi + \frac{z_{se}}{D} (\tan \phi - \tan \phi)}, \quad \sin \gamma = \frac{\tan \gamma}{\sqrt{1 + \tan^2 \gamma}}$$

6. 計測値との比較

式(13), (14)を用いて計算した洗掘深の時間変化を計測値と比較すると図-4, 5 のようになる。なお、計算には次の定数値を用いた。

$k_0 = 0.15$, $k_1 = 0.25$, $\alpha = 1.7$, $C_L = 0.34$,
 $C_D = 0.40$, $\lambda = 0.4$, $\phi = 35^\circ$, $\phi = 50^\circ$, $\theta = 60^\circ$,
 $\phi_{rk} = 10.0$, $z_{se}/D = 0.3$, $C_r = 0.08$, $\phi = 1.0$

計算値は計測値の傾向を比較的良好に表現しているが、 N_s が小さい場合の適合性が悪い。また、計測値には平衡状態へ漸近する傾向が認められるが、計算値ではそれよりも大きな洗掘速度を示している。

7. おわりに: 今後は本モデルの改良を加えるとともに Scour with sediment motion の場合についても検討してゆく予定である。

参考文献: 1) Shen, et al.; Proc. ASCE, Vol. 95, HY6, PP. 1919~1940, 1969. 2) Baker, C.J.; Jour. Hydr. Res., Vol. 1P, No. 1, pp. 1~12, 1960. 3) Yalin, M.S.; Proc. ASCE, Vol. 89, HY3, pp. 221~250, 1963.

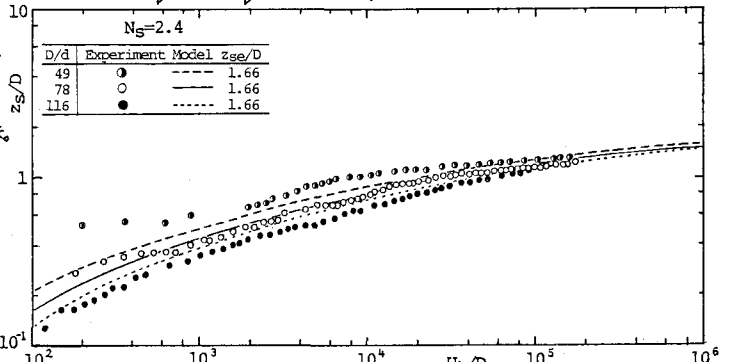


図-4 洗掘深の時間的变化 (D/d の効果)

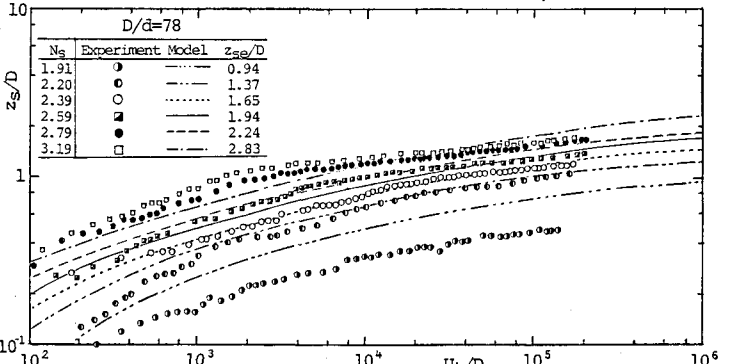


図-5 洗掘深の時間的变化 (N_s の効果)