

大阪大学工学部 正 員 中辻啓二

大阪大学工学部 正 員 室田 明

大阪大学大学院 学生員 中井正則

1. まえがき : 著者等は第30回海講¹⁾で、Phillipsのモデル²⁾を基礎に、フォーストブルームの全流程の流動特性を理論的に記述する微分・積分混成モデルを展開した。それは流速や浮力の分布関数形を特定することなく、連行係数とリチャードソン数との関係を理論的に誘導できるという点で画期的なものである。しかしながら、その混成モデルは連行係数を過小評価する傾向にあり、極端に小さなプラントル数 $Pr = 0.2$ を導入しなければ、ジェットからブルームへの推移をうまく表現できないという欠点があった。その原因として、渦動粘性係数を流下方向に一定と仮定したことが考えられる。そこで、本研究では、乱流せん断応力を理論的に誘導することによって、混成モデルの改善を図り、その適合性を実験により検証した。

2. モデル展開の概要 : モデルは微分モデルと積分モデルの利点を有効に活用し、両者を混成した形で展開される(図-1参照)。基礎方程式は境界層近似とブーシネスク近似を適用した運動方程式および連続方程式・拡散方程式を用いる。水理量は次式のような断面積分量と無次元分布関数形の積で表現する。

$$\left. \begin{aligned} \Psi(x, y) &= Q(x) \cdot f(\zeta), \quad B(x, y) = D(x) \cdot \theta(\zeta), \quad \zeta(x, y) = y/W(x) \\ Q(x) &= 2 \int_0^{\infty} U(x, y) dy, \quad D(x) = 2 \int_0^{\infty} B(x, y) dy / W(x), \quad W(x) = Q^2(x) / 2 \int_0^{\infty} U^2(x, y) dy \\ \Psi(x, y) : \text{流れ関数}, \quad B(x, y) &= (\rho_a - \rho)g/\rho_a : \text{浮力}, \quad x : \text{流下方向座標}, \quad y : \text{断面方向座標} \end{aligned} \right\} (1)$$

基礎方程式に上式を代入することによって、 f と θ に関する微分方程式系と、 Q 、 D と W に関する積分方程式系とに分類できる。微分方程式系において乱流プラントル数 Pr と後述する係数 γ/λ の2つのパラメータを仮定することにより、流速と浮力の分布形状 $U/U_E = F(\zeta)$ 、 $B/B_E = G(\zeta)$ が求まる。連続方程式を x に関して0から ∞ まで積分して得られる横方向流速 V を流下方向運動方程式 $U \cdot \partial U / \partial x + V \cdot \partial U / \partial y = B + \epsilon_M \partial^2 U / \partial x^2$ (ϵ_M : 渦動粘性係数) に代入すると、次式が得られる。

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\epsilon_M F}{Q} \right) = f'(0) \left\{ \frac{W}{U_E} \cdot \frac{dU_E}{dx} (F^2 - \frac{dF}{dx} \int_0^{\infty} F d\zeta) - \frac{dW}{dx} \cdot \frac{dF}{dx} \int_0^{\infty} F d\zeta - \frac{W}{U_E^2} B \right\} \quad (2)$$

上式に積分方程式系ならびに連行方程式 $dQ/dx = E \cdot Q/W$ ($E = \lambda \cdot \epsilon_M / W$) から求まる dQ/dx と dD/dx および軸上流速値 $U_E = f'(0) Q/W$ を代入して x に関して積分すると、 ϵ_M は理論的に導出できる。

$$\epsilon_M = \frac{f'(0)}{F'(\zeta)} Q \cdot \frac{dW}{dx} \left\{ \frac{1}{2 - \gamma/\lambda} (2 \int_0^{\infty} F^2 d\zeta - F \int_0^{\infty} F d\zeta) - \int_0^{\infty} F^2 d\zeta - \frac{\gamma/\lambda}{2 - \gamma/\lambda} \frac{\theta(0)}{f(0)^2} \int_0^{\infty} G d\zeta \right\} \quad (3)$$

つぎに、係数 γ/λ の物理的意味を考えよう。連行方程式と $\gamma = DW^3/\epsilon_M \cdot Q$ の関係より、 $\gamma/\lambda = DW^3/Q^2 \cdot E = Ri/E$ を得る。ここに、 $Ri = DW^3/Q^2$ は断面平均リチャードソン数である。上式より、係数 γ/λ は浮力効果とせん断効果の度合を表現する変数であることがわかる。若干の微分計算を行えば、 γ/λ の値はジェ

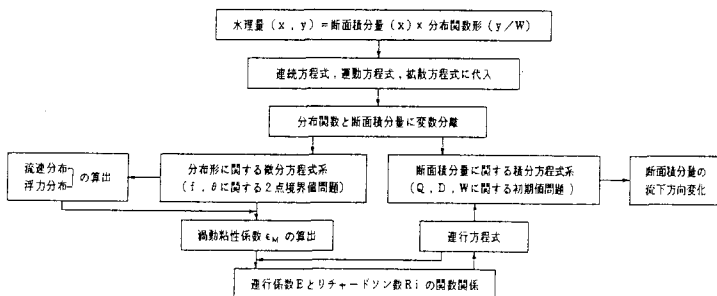


図-1 微分・積分混成モデルの概要

ットでは0.0, プルームでは1.0 となることがわかる。すなわち、フォーストプルームの任意の流下距離に対して一つの γ/λ が対応し、Pr を仮定することによって、流速・浮力分布ならびに渦動粘性係数が積分方程式系より求まる。つぎに、連行係数が渦動粘性係数を用いて $E = \epsilon_M \cdot \lambda / Q$ のように求まる。さらに、 $Ri = \gamma/\lambda \cdot E$ より断面平均リチャードソン数が求まる。最後に、 $E - Ri$ の関係より Q 、 D と W の流下方向変化が積分方程式系を初期値問題として解くことにより求まる。

3. 連行係数

Pr と γ/λ の値を仮定することにより求まる $E - Ri$ の関係を、他の理論値や実験値と比較するために、慣用的な連行係数 $\alpha = (Ve/U) = E/f'(0)$ と $Ri/f'(0)$ の関係に換算したものが図-2 である。誘導に際して、 α の簡単化のために、 dW/dx に浮力分布の拡がり率0.130 を採用したが、積分方程式系を連立させることにより純理論的に $E - Ri$ の関係は求まる。図中の太い実線は乱流プラントル数 Pr を、0.7 と 0.8 に仮定した場合の理論解である。理論的に得られた連行係数 α は Pr の値によって少し異なるが、ジェットでは約0.065, プルームでは約0.165 となり、既往の結果とよく一致する。また、 α は Ri に対して非線形に増大する傾向を示す。破線は Fox³⁾ の理論解 $\alpha = a_1 + a_2 Ri$ であり、比較的良好一致している。これより渦動粘性係数を理論的に評価することにより前報¹⁾における矛盾を解消できたと考えられる。また、フォーストプルームにおける Pr は0.7 から0.8 の範囲にあると推定できる。この値は既往の実験値とよく一致する。

4. 乱流せん断応力の分布形 : 乱流せん断応力 $-\overline{uv}$ は渦動粘性係数 ϵ_M を用いて表示できる。図-3 は γ/λ をパラメータとして求めた無次元分布形状 $-\overline{uv}/U_e^2$ を示す。なお、 Pr は0.7 とした。同図より、浮力効果の増大にともないせん断応力の絶対値が増加することがわかる。たとえば、プルーム ($\gamma/\lambda=1.0$) の最大値はジェット ($\gamma/\lambda=0.1$) のその約1.7 倍に達する。図中のプロットは実験値を示す。プルームでの実験値は理論解よりやや下回るものの、全体的に観れば、実験値と理論解との一致度は満足すべき結果である。

5. 流量の流下方向変化 : 図-4 は積分方程式系から求まる断面積分流量 Q の流下方向変化を示す。理論解は各実験条件に合せて計算した結果であり、実験値と非常によく一致している。とくに、初期密度フルード数 Fd_0 が小さくなるにつれて、 Q/Q_0 の増加率が大きくなるというフォーストプルームの特性をうまく表現している。

6. あとがき : 以上の結果より、渦動粘性係数の流下方向変化を考慮した本混成モデルは、フォーストプルームの連行係数に及ぼす浮力効果の影響を理論的に誘導できた点で興味深い。その結果、フォーストプルームの全流程の流動特性を一貫して記述することが可能になった。

参考文献 : 1) 室田・中辻・日置: 第30回海講論文集, 1983. 2) Phillips, W.F.: J. Fluids Eng., Trans. ASME, Vol. 103, 1981. 3) Fox, G.W.: J. Geophys. Res., Vol. 75, 1970. 4) Ramaprian, B.R.・Chandrasekhara, M.S.: I I H R Rept. 257, Univ. of Iowa, 1983.

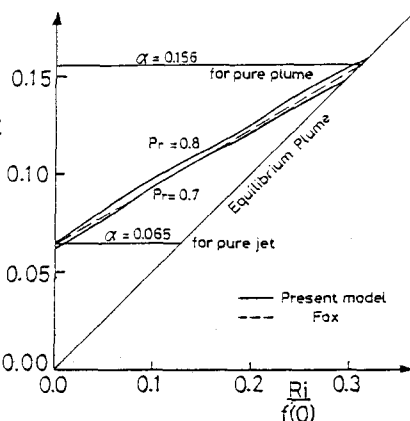


図-2 連行係数と Ri との関係

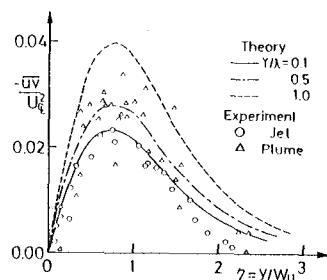


図-3 乱流せん断応力の分布形

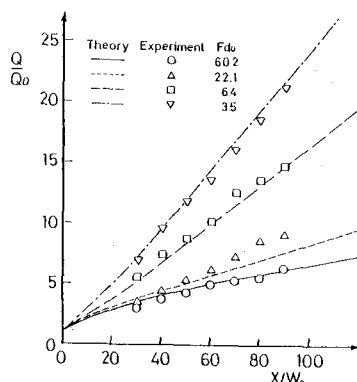


図-4 流量の流下方向変化