

1. はじめに

ここ数年、密度境界面周辺の乱流特性に関する精密な実験的研究が数多くなされ、その特性がより一層明らかにされつつあるが、理論面からのアプローチは、問題の複雑さから、静止二層場や単純な流速分布を有する非粘性剪断流場など、限られた場合についてのみ調べられているにすぎない。そこで、本報においては、複雑な密度成層乱流場の解明の第一歩として、密度二成層剪断流場の波動擾乱特性を、粘性をも考慮した線型擾乱方程式を基に調べてみることにする。

2. 基礎方程式と計算方法

図-1に示すような二層tanh型剪断流場について考える。このような流れ場に加えられた波動擾乱は、以下のOrt-Sommerfeld方程式に支配される。

$$(\bar{U}-C)(\phi_1''-\alpha^2\phi_1)-\bar{U}''\phi_1=\frac{1}{i\alpha Re}(\phi_1''-2\alpha^2\phi_1'''+\alpha^4\phi_1) \quad (1)$$

$$(\bar{U}-C)(\phi_2''-\alpha^2\phi_2)-\bar{U}''\phi_2=\frac{1}{i\alpha Re}(\phi_2''-2\alpha^2\phi_2'''+\alpha^4\phi_2) \quad (2)$$

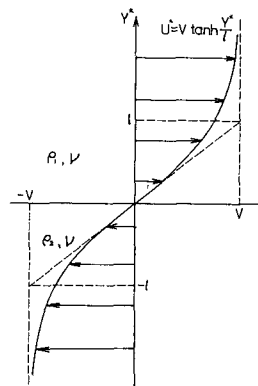


図-1. 計算モデル

ここに、 $\phi_1, \phi_2, \alpha, C=C_r+iC_i, Re=\ell V/\nu$ は、それぞれ、上層、下層の無次元擾乱流れ関数、無次元波数、無次元複素位相速度、及び、レイノルズ数である。また、境界条件は、以下のように表わされる。

$$\phi_1=\phi_1'=0 \quad (y=+\infty) \quad (3), \quad \phi_2=\phi_2'=0 \quad (y=-\infty) \quad (4)$$

$$\phi_1=\phi_2 \quad (y=0) \quad (5), \quad \phi_1'-\frac{\bar{U}'}{\bar{U}-C}\phi_1=\phi_2'-\frac{\bar{U}'}{\bar{U}-C}\phi_2 \quad (y=0) \quad (6)$$

$$i\phi_1''-i\left\{\frac{\bar{U}''}{\bar{U}-C}-\alpha^2\right\}\phi_1=\phi_2''-\left\{\frac{\bar{U}''}{\bar{U}-C}-\alpha^2\right\}\phi_2 \quad (y=0) \quad (7)$$

$$i\phi_1'''+i\alpha\{Re(\bar{U}-C)-3i\alpha\}\phi_1'-i\alpha Re\bar{U}'\phi_1=i\phi_2'''+i\alpha\{Re(\bar{U}-C)-3i\alpha\}\phi_2'-i\alpha Re\bar{U}'\phi_2-\frac{\alpha Re R_i}{\bar{U}-C}\phi_2 \quad (y=0) \quad (8)$$

ここに、 $\gamma=\rho_1/\rho_2, R_i=(1-\gamma)g\ell/\nu^2$ は、それぞれ、相対密度(本計算では $\gamma=0.99$ とした)、及び、リチャードソン数である。

これら(1)~(8)式より固有値問題を形成され、固有値 C 、及び、固有関数 ϕ を求めることにより、波動擾乱の特性が明らかになる。固有値の計算には直接積分法を用い、また、独立解を得るための解の修正方法としては、フィルター法を採用した(詳細は文献リ)。フィルター法を用いた解の修正が必要でない場合には、境界条件より独立解の係数が決定され、固有関数が即時に求められるが、解の修正を行う場合には、このままでは、修正点において固有関数の不連続性が現れてしまうので、各修正点において修正係数を基に解の再編成を行い、全領域にわたって有意な固有関数を求める必要がある。以下、このようにして得られた固有関数より計算された流れ場の諸量について述べる。

3. 計算結果及び考察

得られた擾乱の流れ関数 ϕ より、鉛直方向の流速変動 v' 、水平方向の流速変動 u' 、各水平面の変動 η 、一周期にわたって平均されたレイノルズ応力 $\tau=-\overline{u'v'}$ 、及び、乱れのエネルギー $E=(u'^2+v'^2)/2$ が求められる。

浮力効果の小さい $R_i=0.05, Re=100, \alpha=0.3$ の場合について得られる、増幅率の異なる2つの固有値に対する v', u' を図-2、図-3に示す。それぞれ、固有値は $C=0.001+0.078i, C=-0.006+0.434i$ であり、つづ

れも critical level がほぼ界面 ($y=0$) に一致し、流れ場の諸量は界面に対して対称な形状となっている。振幅 $|v|$ に関しては、どちらの場合も $y=0$ で極小値、 y の上下で極大値を有し、均質流体 tank 型剪断流の場合の計算結果 (Kuo²⁾) とほぼ一致した結果となっている。一方、 u' に関しては、上下層における位相 $\arg(u')$ のずれは相方とも約 $\pi/2$ rad とほぼ等しいが、界面を通過しての位相の変化の方向が逆向きであり、両者には著しい差異があることがわかる。

図-4 は $Ri=0.2$, $Re=100$ の流れ場で、ほぼ最大増幅率を与える $\alpha=0.6$, $C=0.318+0.145i$ の場合について得られた流れ場の諸量である。図-2、図-3 の場合と同様に、critical level 付近では $|v|$ は極小値、 $|u|$ は極大値を有し、上層から下層に向かい位相 $\arg(v)$ 、 $\arg(u')$ のずれも負の方向に変化している。ただし、 $\arg(u)$ に関しては、位相変化の小さい特徴的な領域が、critical level 付近に存在している。一方、 η の位相は、 v' 、 u' の場合とは逆方向に変化していることがわかる。また、 η に関しては、 η の値が正となる領域が critical level 付近に集中し最大値を示し、乱れエネルギー e に関しては同様の傾向にあることより、平均流のエネルギーは主として、critical level 付近で擾乱に供給されていることがわかる。

4. おわりに

本計算以外に、種々のケースについて同様の計算を行った結果、不安定波は一般に前述の波動特性を有することがわかった。一方、安定波の場合には、擾乱から平均流入エネルギーが供給されるような η が負の領域が、critical level の上下に現われることがわかった。

参考文献

- 1) 西田・吉田：二層流の安定性解析、第29回海岸工学講演会論文集、pp. 550-554, 1982.
- 2) Kuo, H.L.: A two-layer model study of the combined barotropic and baroclinic instability in the tropics, J. Atmos. Sci., 35, pp. 1840-1860, 1978.

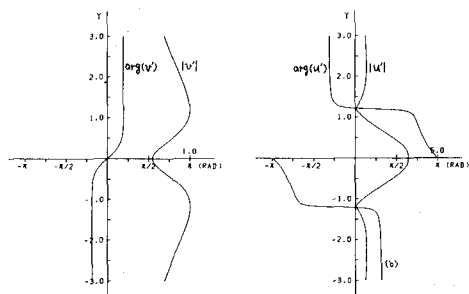


図-2 $Ri=0.05$, $Re=100$, $\alpha=0.3$, $C=0.001+0.078i$

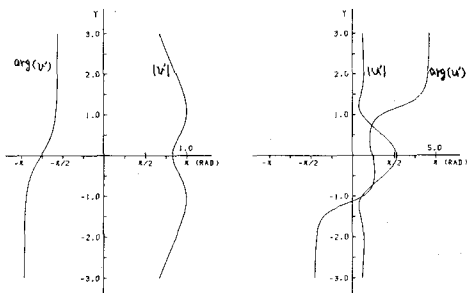


図-3 $Ri=0.05$, $Re=100$, $\alpha=0.3$, $C=-0.006+0.434i$

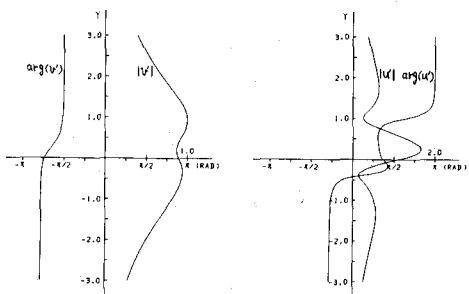


図-4 $Ri=0.2$, $Re=100$, $\alpha=0.6$, $C=0.318+0.145i$