

II-132 ホドグラフ法による開水路合流部の解析

岐阜大学 工業短期大学部 正員 藤田 一郎
岐阜大学 工学部 正員 河村 三郎

1. まえがき

開水路合流部では支川からの流れが隅角部で剝離し、特に固定床で合流角が大きい場合には合流点直下流部に循環流を伴う規模の大きい剝離域が生じる。剝離域の規模は合流点での水理条件及び幾何学的条件によって変化し、合流点下流では三次元性を強く帯びた極めて複雑な流況を呈する。このため、合流部の理論解析は今のところ二次元流を仮定した解析に限られているようである。本研究ではポテンシャル流を仮定し、ホドグラフ法を用いて剝離流線及び淀み点を通る流線(淀み流線)の解析を行い、合流角及び水路幅比の影響に関して検討した。本研究では淀み点が支川壁の先端に一致する場合について解析を行った。

2. 流線の剝離を考慮しない場合

図-1に示す物理面(Z-面)から図-2のζ-面への変換はS. C. 変換を用いると次式で与えられる。

$$dZ/d\zeta = K \zeta^{(1-\theta/\pi)} / \{(\zeta+1)(\zeta+a)(\zeta-b)\} \quad \dots (1)$$

ここで、a, b, Kは以下の式(2),(3),(4)より決定される。

$$a^{(1-\theta/\pi)} / \{B_1(1+a)\} = b^{(1-\theta/\pi)} / \{B_3(1+b)\} \quad \dots (2)$$

$$B_2 = K\pi / \{(1+a)(1+b)\} \quad \dots (3)$$

$$B_2/B_1 = (b-a) / \{(1+b)a^{(1-\theta/\pi)}\} \quad \dots (4)$$

また、淀み点Sが支川壁先端の点Aに一致するときの流量比Qrは

$$Qr = Q_2/Q_3 = (b-a) / \{b(1+a)\} \quad \dots (5)$$

であたえられる。¹⁾

3. 流線の剝離を考慮する場合

図-1で剝離流線BE₁を考慮した流れをホドグラフ面(Q-面)で示すと図-3のようである。S. C. 変換によるQ-面からλ-面の上半分への写像は次式で与えられる。

$$dQ/d\lambda = -\theta / \{\pi\lambda(\lambda+1)^{1/2}\} \quad \dots (6)$$

ここで点Cと点Dに関する条件を用いると図-4のc及びdは次式より得られる。Qrには式(5)の値を用いる。

$$c = 1 - (1-p/1+p)^2 \quad \dots (7) \quad d = (1+s/1-s)^2 - 1 \quad \dots (8)$$

ここに、

$$p = \exp \{-\pi/\theta \cdot \ln(B_2/B_3/Qr)\} \quad \dots (9)$$

$$s = \exp [-\pi/\theta \cdot \ln\{B_1/B_3/(1-Qr)\}] \quad \dots (10)$$

一方、図-5に示す複素ポテンシャル面(W-面)は次式よりλ₁-面の上半分に写像される。(図-6)

$$w = \psi_2/\pi \cdot \{\ln(\lambda_1+1)/d_1 + \ln(\lambda_1-d_1) - \ln d_1\} \quad \dots (11)$$

ここで、d₁は次式で与えられる。

$$d_1 = \psi_2/(\psi_3 - \psi_2) = (1-Qr)/Qr \quad \dots (12)$$

ψ₂は淀み流線の流れ関数値である。

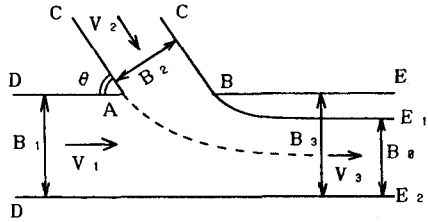


図-1 Z-面

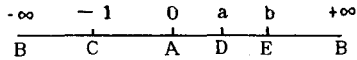


図-2 ζ-面

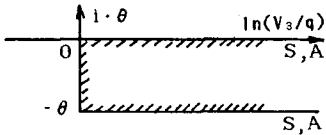


図-3 Q-面

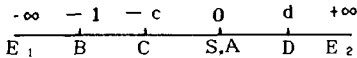


図-4 λ-面

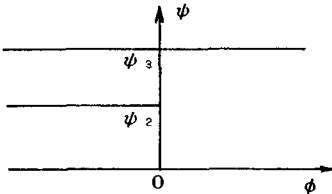


図-5 W-面

λ_1 一面と λ 一面の関係は、 $\lambda = c \cdot \lambda_1$ であるから

$$d = c \cdot d_1 \quad \dots (13)$$

である。式(7),(8),(12)を式(13)に代入し、流量比 Q_r 、水路幅 B_1 、 B_2 及び合流角 θ を与えると剝離流線を考慮した合流後の流水幅 B_0 が求められる。

一方、 Z 一面と λ 一面の関係は Q 一面を介して次式で与えられる。

$$dZ/d\lambda = F(\lambda) \quad \dots (14)$$

ここで、

$$F(\lambda) = (1 - Q_r) B_0 / B_2 \cdot \{1/d/(\lambda/c + 1) + 1/(\lambda - d)\} \cdot \exp Q \quad \dots (15)$$

$$Q = -\theta / \pi \cdot \ln \{[(\lambda + 1)^{1/2} - 1] / [(\lambda + 1)^{1/2} + 1]\}$$

式(14)は Z 一面、 λ 一面上の値が既知である点 B を下限値として積分できる。即ち、 λ 一面上の任意の座標 $\lambda_2(\xi_2, \eta_2)$ に対応する Z 一面上の座標 $Z_2(X_2, Y_2)$ は次の積分より得られる。積分経路を図-7に示す。

$$X_2 = \int_{-1}^{\xi_2} F_R(\xi + i \cdot \eta_2) d\xi - \int_0^{\eta_2} F_I(-1 + i \cdot \eta) d\eta \quad \dots (16)$$

$$Y_2 = \int_0^{\eta_2} F_R(-1 + i \cdot \eta_2) d\eta + \int_{-1}^{\xi_2} F_I(\xi + i \cdot \eta_2) d\xi + B_3 \dots (17)$$

ここに、 $F(\lambda) = F_R + i \cdot F_I$ である。従って、淀み流線の複素ポテンシャル $W_2 = \psi_2 + i \cdot \phi$ に対応する λ 一面上の点 (ξ_2, η_2) を予め求めておけば式(16),(17)より Z 一面上の淀み流線上の点の座標が求められる。剝離流線は $\eta_2 = 0$ とおけば、淀み流線と同様に求められる。

剝離流線幅 B_0 は式(17)で $\xi_2 \rightarrow \infty, \eta_2 = 0$ とおけば得られるがこの値は式(13)より得られる値とは一般的には一致しない。これは式(5)による Q_r が近似値だからである。従って、解析にあたっては B_0 の値が一致するまで逐次 Q_r を修正し、最終的な Q_r を求めた後にその Q_r を用いて以上の計算を行う。

4. 計算結果及び結論

合流角が $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ 、水路幅比が 1.0 の場合の結果を図-8 示す。合流角の増大に伴い、淀み点が支川壁先端に一致するときの流量比は減少し、剝離域も縮小することがわかる。それに伴い淀み流線の軌跡は支川側に移動する。図-9 に Modi らの理論値¹⁾と Best らの実験値²⁾及び本研究による理論値を示す。Modi らの理論が過大な値を与えるのに対し本理論は若干大きい値を示すものの、ほぼ実験値に近い値を与えることがわかる。Modi らの理論の誤差が大きいのは Q_r を式(5)で与えており、また、図-5 の複素ポテンシャル面を正確に与えていないためと考えられる。流量比の増減に伴い淀み点は本川壁や支川壁に移動するが、この場合はホドグラフ面が異なるため本理論を直接、適用することはできない。今後、この点についてさらに検討するつもりである。

5. 参考文献 1) Modi, P. N., Ariel, P. D., Dandekar, M. M., ACSE, Vol. 107, No. HY12, 1981

2) Best, J. L., Reid, I., ACSE, Vol. 110, No. 10, 1984

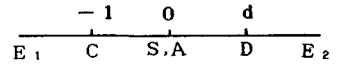


図-6 λ_1 一面

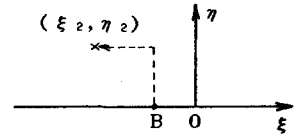


図-7 積分経路

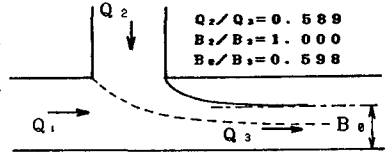


図-8 (a) $\theta = 90^\circ$

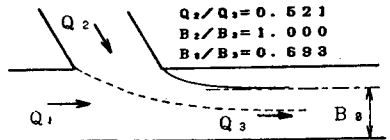


図-8 (b) $\theta = 60^\circ$

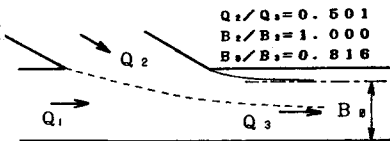


図-8 (c) $\theta = 30^\circ$

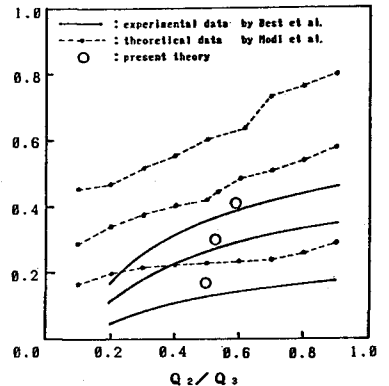


図-9 流量比と剝離域幅の関係