

福山大学工学部 正員 梅田 真三郎
福山大学工学部 正員 野村 勝 美

1. まえがき

最近、計算機及びその付属周辺機器の充実により流れの可視化にも計算機を利用した画像処理やグラフィック表示に関する研究が行われている。

本研究は、流れの中におかれた構造物背後の定常及び非定常渦を数値計算により求め、その渦のグラフィック表示を試みたものである。

2. 数値計算

2次元の x - y 平面流れについて、 u, v, p を未知変数とする Navier-Stokes 方程式を考える。この式で与えられる流れを離散化するにあたっては、使用する計算機の容量等から定常解析には有限要素法を、非定常解析には差分法の SOLA 法を用いた。

有限要素法¹⁾では、重み付き残差法の一つである Galerkin 法を適用した。Galerkin 法は、未知物理量を要素内で内挿する形状関数と重み関数とを同一関数に選ぶ手法であり、8 節点アイソパラメトリックの形状関数を重み関数として基礎式に掛け合わせ、対象領域で積分することによりマトリックス方程式を得る。

一方非定常解析に用いた SOLA 法²⁾は、流体セル中にマーカーを配置してコンピュータ実験によく用いられる MAC 法と同様の差分法である。解析領域の周囲のすべてにひとつの境界セルを層状に設け、求めるべき流れの変数 u, v をセル・エッジで、 p をセルの中心で定義している点は MAC 法と同じであるが、セル・エッジを示す空間メッシュ点を $(i \pm 1/2, j \pm 1/2)$ などとせず、FORTRAN のソース・リストに則して (i, j) で表わしている点が MAC 法と異なる。流れの数値解析に全く初学者のために設計された数値解析ともいわれている。基礎式の差分化にあたっては、対流項に重み係数 α を導入することによって、数値計算の精度や安定性を考慮している。今回の計算では $\alpha = 0.5$ として数値計算を行った。繰り返し計算部分を中心にその計算手順の概略を示したのが図-1 である。

3. 解析例とグラフィック表示

計算にあたって長方形の流れの解析領域を、Galerkin 法では流れの対称性を考慮して円柱上円まわりを 73 要素に分割し、264 節点を設けた。SOLA 法では 22×82 セルに分割し、円柱及び角柱を領域内に設けて計算を行った。

境界条件として、流入境界では一方向への一様流速を与え、構造物などの壁に垂直方向の速度成分は零とし、接線方向の速度成分は勾配を零と考えた。種々の円柱や角柱に対して、流速 u, v 及び圧力 p を求めた。さらに流速から流れ関数 ψ を求め、流線図を作成した。

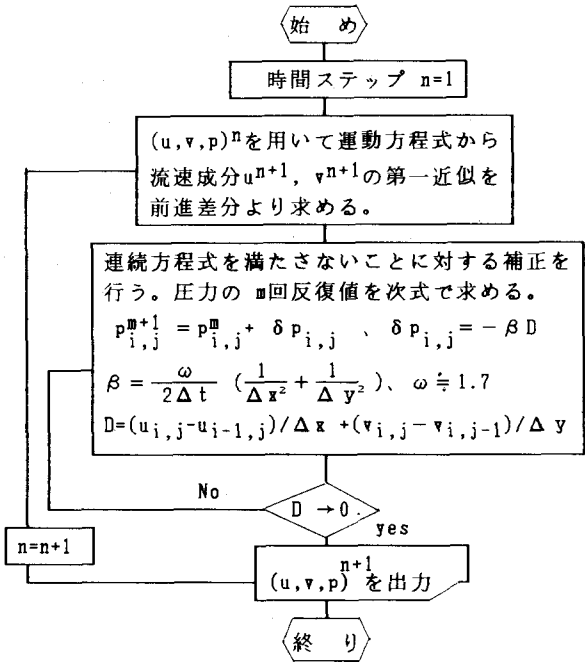


図-1 SOLA 法の計算手順

可視化実験結果などに見られる構造物背後の渦の状況を再現するために、流線図を基として数学における媒介曲線を適用して渦のグラフィック表示を試みた。使用したカラーディスプレイ装置はグラフィカ社製で、ラスタースキャン方式を取り、解像度が 768×512 で、線のギザギザを抑えるために輝度変調を行うスムーズベクタ機能が搭載されている。

Galerkin法から得られた円柱背後の渦について表示を試みた結果が図-2である。流線を利用して渦の中心と思われる位置から等角ラ線³⁾を適用して渦の旋回を表示した。次にFickの拡散方程式を解き、流れの拡散状況を考慮して渦の幅や幅方向での色の濃淡を工夫して表示した。

一方、SOLA法により得られた非定常渦にはKarman渦列が発生する。この渦列発生³⁾の初期段階では、構造物背後に双子型の渦ができる。図-2と同様に流線図から渦の中心や大きさなどを判断し、渦の中心から等角ラ線を適用して渦を表示した一例が図-3である。

次に双子型の渦が下流に移動し、渦列の生成・発達から千鳥状に2列に並んだ渦が得られる。この状況を再現するために、等角ラ線とクロソイド曲線及び二次曲線などにより渦の作成と渦の連結を試みた結果が図-4である。

安定したカルマン渦列³⁾には、その渦の距離・間隔と流れの速さや構造物の大きさの間には一定の法則性があることが実験的に知られているので、この性質を利用して図-4などの渦列の作成を基にアニメーション的に表示することができる。その手順を示したのが図-5である。

4. あとがき

流れの中におかれた構造物まわりの流れの解析を数値計算により行い、定常及び非定常渦を求め、それに媒介曲線を適用することにより渦のグラフィック表示を可能にすることができた。しかし今回の渦の旋回などに物理的な考察を十分にとり入れることができなかった³⁾ので、今後数値解析で得られた流速場での粒子の追跡を解析に加え、グラフィック表示を発展させていくべきであろう。

<参考文献>

- 1) C. Taylor and T. G. Hughes : Finite Element Programming of the Navier-Stokes Equations, Pineridge Press, 1981
- 2) 高橋亮一 : コンピュータによる流体力学<演習>, 構造計画研究所刊
- 3) 木村竜治 : 流れの科学, 東海大学出版会

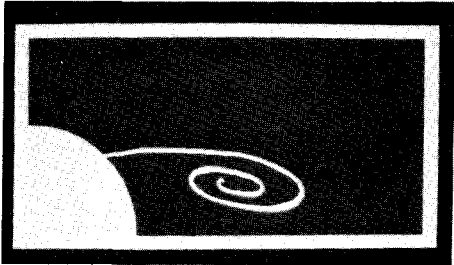


図-2 円柱背後の渦

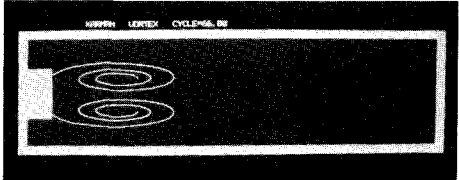


図-3 双子型の渦

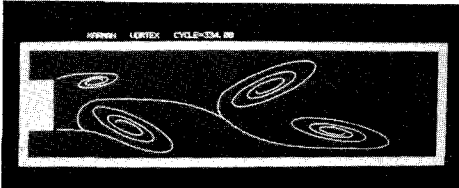


図-4 カルマン渦列

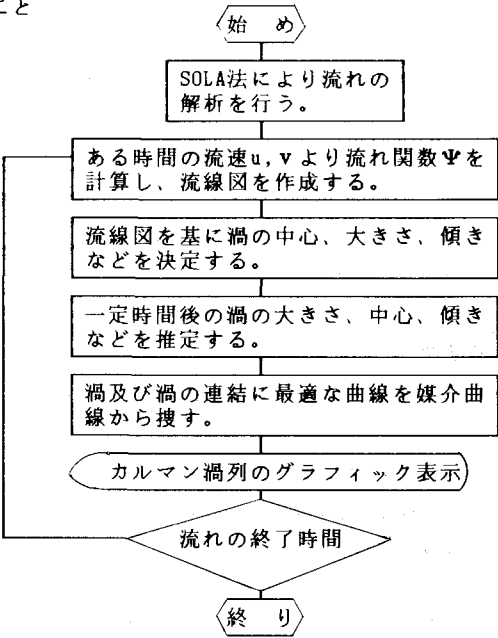


図-5 渦列の表示手順