II-110　二段階陽的有限要素法による河川の流れ解析

中央大学　学生員　○梅津　剛
中央大学　正　員　川原　睦人

1. はじめに

河川の流れ現象を数値的に解析し、実際の河川計画や、流出流量の予測、洪水による被害の規模などを知ることは、工学的に重要なことである。本論文では、その手段として有限要素法を用いた河川の洪水解析を報告する。

本論における解析手法の特徴としては、解析領域を河川のみならず高水敷も含めることにより、水位変動による河幅拡大、さらには、洪水発生の現象などを、時間を追って解析し、かつ予測を行おうとするところにある。

2. 基礎方程式

図－1に示す様に座標系をとり、二次元平面内に解析領域をとり有限要素に分割する。河川の流れは、非圧縮性粘性流体とし、*Navier-Stokes* 方程式を、次の仮定の基に二次元化する。

i) 鉛直方向の圧力は、静水圧を仮定する。

ii) 鉛直方向の流れは、水平方向に比べ無視し得るほどに小さい。

iii) 大規模な流体の混合による、渦動粘性を考慮する。

iv) 底面摩擦は、線形摩擦を考える。

v) 要素の Z 座標による x, y 方向の傾き角を θ, ϕ とする。

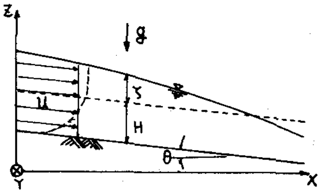

図-1　座標系及び平均流速

以上により導びかれた、次式の浅水長波方程式を、流れ場における支配方程式とする。

〈運動方程式〉

$$\dot{M}_i + (U_j M_i)_{,j} - \nu (M_{i,j} + M_{j,i}) + \frac{g}{2}\cos\theta\cos\phi\,(H+\zeta)^2_{,i} = g(H+\zeta)\Theta_i - \lambda M_i \qquad (1)$$

〈連続の式〉

$$\dot{\zeta} + M_{i,i} = 0 \qquad (2)$$

但し、$M_i = (H+\zeta)U_i = \int_0^{H+\zeta} U_i\,dz$，又、$\Theta_1 = \sin\theta$，$\Theta_2 = \sin\phi$　である。

3. 有限要素法の適用

支配方程式(1),(2)の、空間方向の離散化として、Galerkin法を用いて有限要素方程式を導き、次式を得る。

$$A_{\alpha\beta}\dot{M}_{\beta i} + B_{\alpha\beta j\gamma}U_{\beta j}M_{\gamma i} + C_{\alpha\beta\gamma j}U_{\beta j}M_{\gamma i} + \nu(D_{\alpha j\beta j}M_{\beta i} + E_{\alpha j\beta i}M_{\beta j})$$
$$+ F_{\alpha\beta\gamma i}(H_\beta + \zeta_\beta)(H_\gamma + \zeta_\gamma) - g\Theta_i A_{\alpha\beta}(H_\beta + \zeta_\beta) + \lambda A_{\alpha\beta}M_{\beta i} = 0 \qquad (3)$$

$$A_{\alpha\beta}\dot{\zeta}_\beta + G_{\alpha\beta i}M_{\beta i} = 0 \qquad (4)$$

さて、解析領域は、大規模な自然河川地帯であり、複雑な地形をモデル化するためにも、多くの要素に分割する必要があり、計算時間の短縮と容量の節減をはかるため、陽的解法を採用し、又計算の安定性を考慮して、時間方向の離散化には、二段階 Lax-Wendroff 法を用いた。

4. 遡上型自然境界の導入

自然界においては、低地に向かって水は移動し、地盤の高低差により、水陸の境界が成り立っている。本手法では、有限要素分割図に標高を加えることによって高低差を取り入れている。即ち、強制境界条件を与えることなく、水際線を自然に成立させるものである。図-2に例を示す様に、基準水深Hと水位変動量ζとの和が、その点における時間tの水深となる。これにより、水位の低下や遡上による水際線の移動を考慮するものである。

この手法の導入より、上流で水位が上昇した場合には、高水敷に水が溢れ出し、洪水となる様相を、数値的に解析することが可能となる。

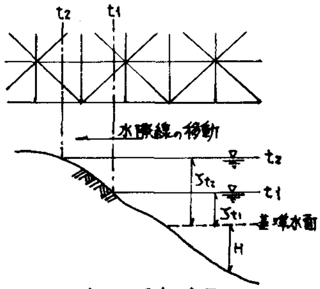

図-2 遡上型自然境界

5. 数値解析例

解析例として、荒川の分流付近の流れ解析を報告する。図-3,4,5は、上流側の水位が上昇していった時の河川の流れを、流速ベクトルで表わしたものである。摩擦係数，粘性係数は、矩形断面モデル解析によって、妥当と思われる結果の得た次の値を採用した。　$\lambda = 0.008$　$\nu = 1.0$

結果に示す様に、上流側から水位が上昇し、河幅が広がっていく様子が見られ、当手法による河川の流れ解析の有効性が示されたと思われる。

図-3

(B.C)
ζ = 1.0 m
u = 1.0 m/sec.
v = 0.5 m/sec.

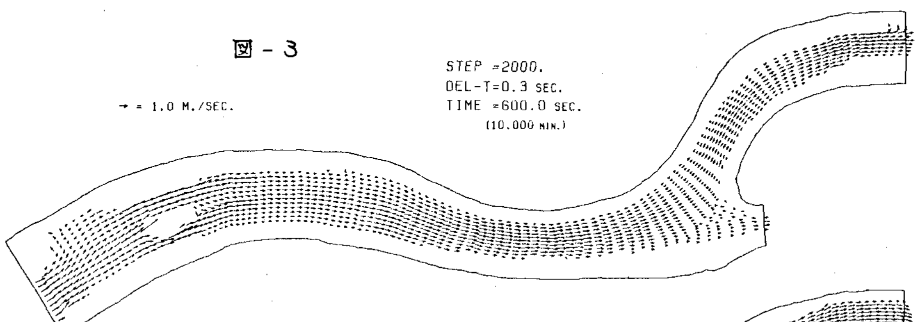

図-4

(B.C)
ζ = 3.0 m
u = 1.0 m/sec
v = 0.5 m/sec

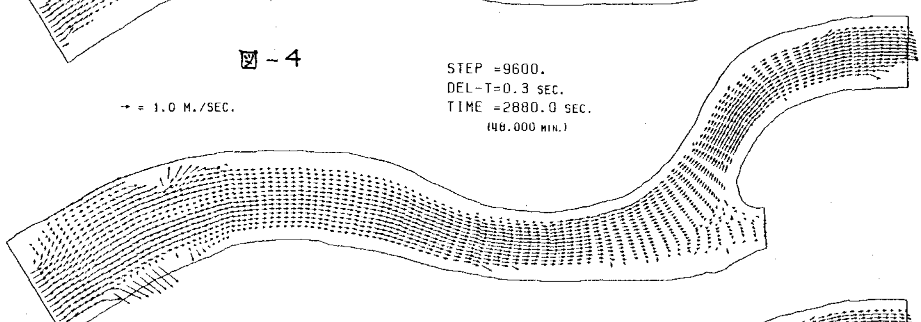

図-5

(B.C)
ζ = 4.0 m
u = 1.0 m/sec.
v = 0.5 m/sec.