

信州大学大学院 学生員 宝珠山正和
信州大学工学部 正員 富所 五郎

1. はじめに 今日、大きな社会問題となっている湖の浅水域での富栄養化の主な原因として、汚水の湖への流入が挙げられる。よって、それにより起こる浅水域での流動・拡散現象を把握すること、特に湖などの閉鎖水域においては、風成流が湖の流動・拡散現象では大きなウェイトを占め、それは、水表面と水底付近では、逆方向の流速となる特性を持つため、その流動・拡散現象の水深方向の変化も考慮した三次元的な予測が必要となってくる。近年、計算機の飛躍的な発達により、いろいろな物理現象を支配する方程式を数値解析的に予測することが可能となってきた。本研究は、上のような流動・拡散現象を、重みつき残差法的一种であるGalerkin有限要素法と、差分法を組合わせることにより、非定常計算を行ない、数値解析的に予測し、その物理的妥当性を検討するものである。ただし、ここでは、原稿の制限上流動解析については省略し、拡散解析について記す。^{(1),(2)}

2 基礎方程式 乱流拡散を支配する方程式は一般に次のように表わされる。

$$\frac{DC}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) + \frac{K'}{\rho} C - \frac{q}{\rho} \quad \text{----- (1)}$$

$$\text{ただし, } \frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z}$$

ここに、 x, y 面は静水面で、東、北をそれぞれ正とし、 z 軸は静水面を零として、鉛直上方を正とする（図-1参照）。また、 u, v, w は流速の x, y, z 成分、 ρ は密度で一定、 t は時間、 c は拡散物質濃度、 D_x, D_y, D_z は x, y, z 軸方向の乱流拡散係数、 K' は物質の減衰定数、 q は単位体積当たりの物質流入量である。また、流速場は定常とする。

3 離散化 基礎方程式の離散化は、式(1)において、まず時間変数は連続関数として残し、空間変数に対しては、重みつき残差法的一种であるGalerkin有限要素法により行った。ここで本研究では、形状関数として、水平方向には三角形一次要素のものを（図-2）、鉛直方向には余弦関数（図-3）を用い、これらをかけ合わせたものを新たな三次元的な形状関数として、図-1の要素内で未知量 c を次のように近似した。

$$C = C_{p1} \cdot N_1 \cdot \cos(B_p \cdot Z) \quad B = (P-1)/h \cdot \pi \quad (P=1, 2, \dots, m \quad i=i, j, k) \quad \text{----- (2)}$$

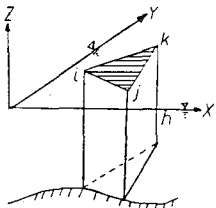


図-1 有限要素

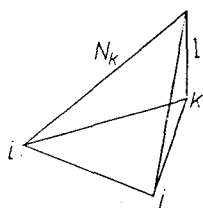


図-2 水平形状関数

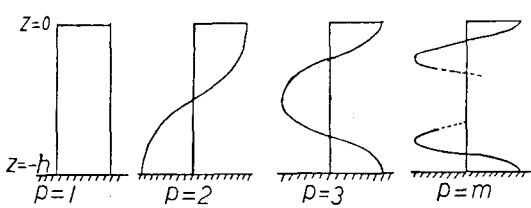


図-3 鉛直形状関数

一要素について、空間方向に離散化し、それを全ての要素で重ね合わせると、(1)式は次のような t に関する常微分方程式となる。

$$[M] \cdot \frac{d}{dt} \{C\} + [K] \cdot \{C\} = \{F\} \quad \text{----- (3)}$$

ここに、 $\{C\}$ は未知量ベクトルであり、 $[M]$ は全体質量行列、 $\{F\}$ は既知の列ベクトルである。

(3) 式を、差分法によりstep-by-stepに解けば、全ての時間での未知量 c を求めることができる。本研究では、差分法として Crank-Nicolson法を用いて非定常計算を行った。

4 数値解析例と考察 解析モデルとして、諏訪湖釜口水門付近における処理水の放流を取り上げる。処理水は、流量 $3.54 \text{ m}^3/\text{sec}$ で放流口より水門中心方向に、それと同時に湖水を水門の2ヶ所より、水門と垂直に $5.6 \text{ m}^3/\text{sec}$ づつ放流する(図-4 参照)。また、西から東へ $3.0 \text{ m}/\text{sec}$ の風が吹いていると仮定し、流動解析を行った。その結果(図-5 と図-6)を見ると、水表面では、風によるせん断力の影響を受け、処理水の放流口付近以外は、流れは、ほぼ風向きと同じ方向へ向き、水面下 4.0 m では処理水放流の影響により、水表面とは逆に水門方向へ流速が向き、その値は小さくなっていることがわかる。次に、この流速場上で処理水に相対的な濃度 $c = 10.0$ を与え、 $K' = 0.0$, $q = 0.0$, そして、 D_x, D_y は Richardson の式より、 $D_x = D_y = 0.0 / \sqrt{L^3} (\text{cm, sec 単位, } L \text{ は要素一辺の長さ})$, D_z は Elder の式より、 $D_z = 0.068 \cdot n \cdot \sqrt{(u^2 + v^2)} \cdot h$ とし、流れの乱れが激しい放流口付近の領域 A と B において、 D_z をそれぞれ、10, 5 倍として(図-4)、時刻 $\Delta t = 25.0 \text{ sec}$, 展開項数 $m = 5$ で拡散解析を行った。結果は図-7 と図-8 であるが、時間 t と共に拡散現象が進んでいくのがわかる。また、流速場と拡散状況を比べてみると(図-5 と図-7, 図-6 と図-8)拡散現象は、流速場の影響を大きく受けていることがわかる。

5 まとめ 本研究において得られた結果は、物理的観点から見た場合、ほぼ妥当であると思え、本解析法は、流動・拡散現象を三次元的に予測する一手段として、有効であると考えられるが、 D_x, D_y の決定、風の場所的な変化を考えていない、などの問題があり今後、それらをも考慮した解析を行いより実際の現象に近づけていくことが必要と思われる。

100 m

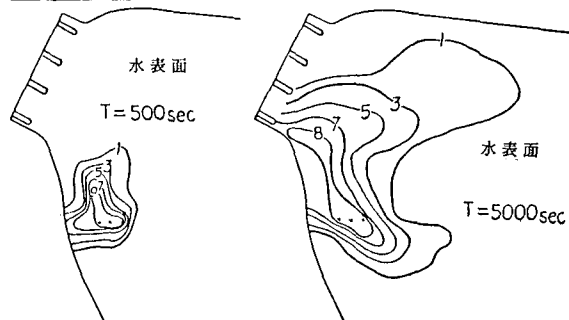


図-7 水面濃度分布

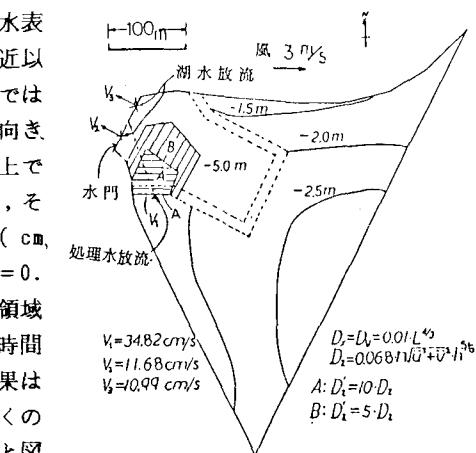


図-4 諏訪湖釜口水門付近の浮面分布と放水条件

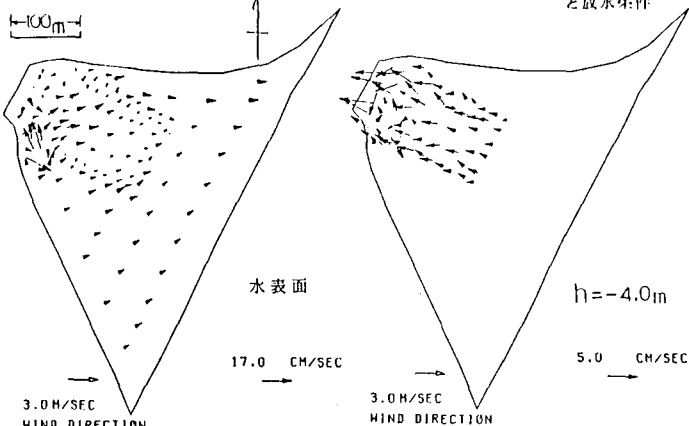


図-5 水面流速分布

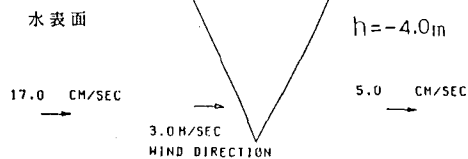


図-6 水面下4.0mの流速分布

参考文献

- (1) 富所五郎: FEMによる浅水域における三次元流動解析法, 第27回海岸工学講演会論文集, 1980.
- (2) 富所・宝珠山: 浅水域における三次元拡散解析, 昭和59年度土木学会中部支部研究発表会概要集.