

鹿島建設(株) 正員 坂田 昇
長岡技術科学大学 正員 河原 能久
長岡技術科学大学 正員 早川 典生

1. はじめに 円形以外の断面をもつ直線管路流れでは十分発達した領域においても2次流が存在し、抵抗係数や熱・物質の輸送に大きな影響を及ぼす。本研究は、乱流モデルを用いて正方形管路流れの助走区間における主流、2次流、レイノルズ応力等を算出し、乱流モデルの特徴を検討するものである。乱流モデルとしては、2方程式モデルのk-εモデルとGessner-Emeryモデル⁽¹⁾にk, ε方程式を追加した代数的応力方程式モデルを採用した。

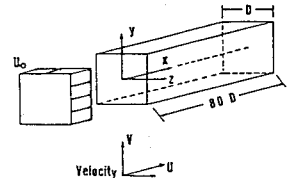


図-1 座標系

2. 基礎式 座標系と図-1に示す。基礎式は以下のようである。

連続方程式: $\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0$

運動量方程式:
$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial \overline{uv}}{\partial y} - \frac{\partial \overline{uw}}{\partial z} \\ \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial \overline{u^2}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{vw}}{\partial z} \\ \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\partial \overline{uv}}{\partial y} - \frac{\partial \overline{w^2}}{\partial z} \end{aligned}$$

k方程式: $\frac{\partial k}{\partial x} + \frac{\partial kv}{\partial y} + \frac{\partial kw}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} \right) + P - \epsilon$

ε方程式: $\frac{\partial \epsilon}{\partial x} + \frac{\partial \epsilon v}{\partial y} + \frac{\partial \epsilon w}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial z} \right) + C_1 \frac{\epsilon}{k} P - C_2 \frac{\epsilon^2}{k}$

ただし $P = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$

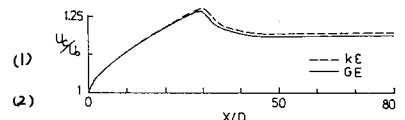


図-2 管中心の主流速度の発達過程

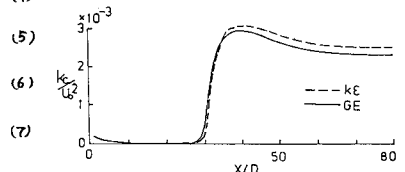


図-3 管中心の乱れ運動エネルギーの発達過程

レイノルズ応力はk-εモデル, G-Eモデルでは次のように表わされる。

k-εモデル: $-\overline{u_i u_j} = \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij}$, $\nu_t = C_\mu k^2 / \epsilon$ (8)

G-Eモデル:
$$\begin{aligned} -\overline{uv} &= \nu_t \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right), \quad -\overline{uw} = \nu_t \left(\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x} \right) \\ -\overline{v^2} &= C_\mu \frac{k^2}{\epsilon^2} \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 - C_k k, \quad -\overline{w^2} = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon^2} \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 - C_k k \\ -\overline{vw} &= C_\mu \frac{k^2}{\epsilon^2} \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right), \quad \nu_t = C_\mu k^2 / \epsilon \end{aligned}$$
 (9)

上式中の諸定数の値は表-1に示す通りである。境界条件については wall function法を用いた。壁面最近傍の格子点で

$$\left. \begin{aligned} U/U_\tau &= \frac{1}{k} \ln \left(\frac{U_\tau d_n}{\nu} E \right), \quad U_\tau/U_\tau = \frac{1}{k} \ln \left(\frac{U_\tau d_n}{\nu} E \right) \sin \theta \cdot \left(1 - \frac{d_n}{L} \right), \quad U_n = 0 \\ k &= U_\tau^2 / \sqrt{C_\mu}, \quad \epsilon = U_\tau^3 / k d_n \end{aligned} \right\} (10)$$

ただし、壁面までの垂直距離を d_n 、2次流流速のうち壁面に沿う成分と U_n 、垂直な成分と U_τ を表わす。

3. 数値計算法 計算法としてはPatankar-Spalding⁽²⁾による3次元代数方程式に対する差分法と乱流計算に拡張したものとを用いた。計算領域は正方形断面の1/4とし流下方向には正方形の1辺の長さ(D)の80倍までとした。格子点数は $Re (= U_0 D / \nu) = 2.5 \times 10^4$ で 9×9 , $Re = 4.2 \times 10^4$ で 12×12 個である。

4. 数値解析結果

4.1 k-εモデルとG-Eモデルとの比較 $Re = 2.5 \times 10^4$ の結果

と述べる。図-2は管中心の主流速度(U_0)の発達過程を示す。中心速

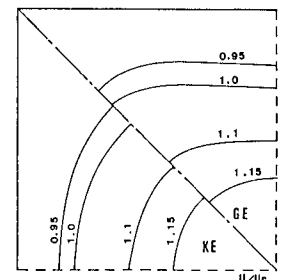


図-4 断面内の主流速度分布(X/D=40)

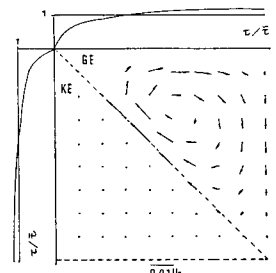


図-5 2次流と壁面剪断応力(X/D=20)

表-1 定数値

C_μ	C_k	C_ϵ	C_1	C_2	σ_k	σ_ϵ
0.09	0.552	0.0185	1.44	1.92	0.9	1.3

度は流下方向に増加し最大値に至り、その後漸減し一定値に近づく。この傾向は両モデルとも再現している。 X/D が約15以上ではk-Eモデルの方がG-Eモデルよりも大きな流速を与える。図-3は管中心の乱れ運動エネルギー(k_c)の発達過程を表わす。乱れ運動エネルギーは中心での主流速度が最大に達する付近から急速に増大し、ピークを示した後、一定値に漸近する。k-EモデルではG-Eモデルよりもピーク値とそれ以降の値が大きくなっている。主流速度の横断面内の分布($X/D=40$)を図-4に示す。k-Eモデルの等流速線はG-Eモデルよりも円形に近く、2次流の存在による隅角部方向へのはり出しが見られない。2次流分布と壁面剪断応力の分布($X/D=20$)を図-5に表わす。k-Eモデルでは $X/D=10$ あたりから2次流成分が減少し、 $X/D=20$ では既に十分小さくなり、下流に進むにつれゼロに漸近する。壁面剪断応力はG-Eモデルの方が隅角部近傍でやや大きな値を与える。抵抗係数(f)の流下方向の変化をみたのが図-6である。抵抗係数は入口近傍で大きく流下方向に漸減し一定値に近づく。2次流を再現しないk-Eモデルの方がやや小さな値を示している。

k-EモデルとG-Eモデルは入口より $X/D=10$ 程度まではほぼ同一の結果を与える。しかし、より下流ではk-Eモデルは第2種の2次流を再現しないため、主流速度を大きく、抵抗係数を小さく評価する。

4.2 実験結果との比較 ここではG-Eモデルの計算値とMelling-Whitelaw⁽³⁾の実験結果とを比較し、G-Eモデルの特徴を検討する。ただし、横断面内の諸量については2次流の発達している $X/D=36.8$ の位置で比較する。図-7は管中心の主流速度(U_c)の発達過程と比較したものである。計算値は実験値と比較的一致している。主流、2次流の結果とそれぞれ図-8、図-9に示す。計算値と実験値とは良好に一致していることが知られる。十分発達した領域での第2種の2次流の生成・維持にはレイノルズ応力 $-p\bar{u}^2$, $-p\bar{w}^2$, $-p\bar{u}\bar{w}$ の分布が大きく関係している。そこで、 $p\bar{u}^2$, $p\bar{w}^2$ の分布と調べたものが図-10である。実験値は対角線に関して対称となっていないが、この実験値と比較すると計算値は一桁小さくなっていることがわかる。この断面での $-p\bar{u}\bar{w}$ の実験値はないが、 $-p\bar{u}\bar{w}$ の計算値も実験値とかなり下回ることが予想されるレイノルズ応力 $-p\bar{u}\bar{w}$ の分布を図-11に示す。このレイノルズ応力については計算値と実験値とは良好に一致している。

G-Eモデルは主流・2次流に対しては比較的良好な結果を与えるが、レイノルズ応力の分布については問題点を含んでいる。 $-p\bar{u}^2$, $-p\bar{u}\bar{w}$ については滑動粘性係数を用いた式(8)で良好な算出を行っている。しかし、2次流の計算に対して重要な $-p\bar{u}^2$, $-p\bar{w}^2$, $-p\bar{u}\bar{w}$ のモデル化には無理があるようである。これはG-Eモデルの立脚するHanjalic-Launderモデルが壁面近傍で壁面に垂直な乱れの抑えられる効果ととり入れてないこと等とG-Eモデル中の定数 C' で補正しているためかと考えられる。

参考文献: (1) Gessner, F.B., Emery, A.F., Trans. ASME, Ser. I, (1976) (2) Patankar S.V., Spalding, D.B., Int. J. Heat Mass Transfer, (1972) (3) Melling, A., Whitelaw, J.H., J.F.M. (1976)

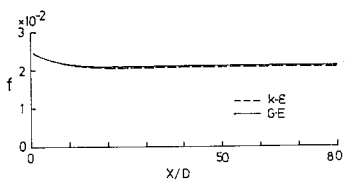


図-6 抵抗係数の流下方向の変化

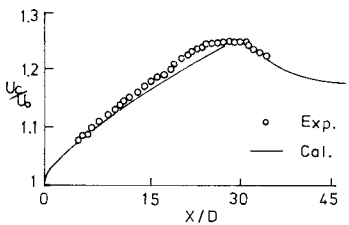


図-7 管中心の主流速度の発達過程

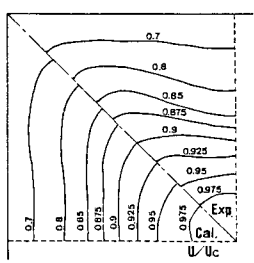


図-8 断面内の主流速度分布

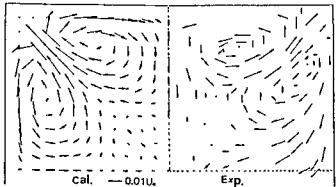


図-9 断面内の2次流分布

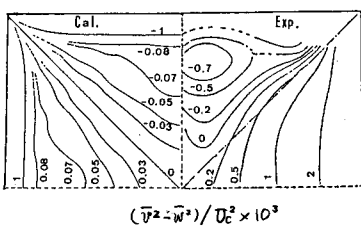


図-10 $p(u^2 - w^2)$ の分布

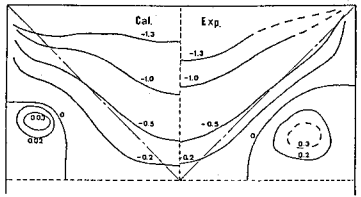


図-11 $-p(uw)$ の分布