

東京大学土木工学科	正員	玉井 信行
東京大学土木工学科	正員	浅枝 隆
東京大学土木工学科		Jeevaraj, C.G.
東京大学土木工学科	学生員	田中 靖治

1. はじめに

近年都市域においては保水機能の低下、雨水浸透施設の整備などが話題となっている。こうした問題では不飽和浸透が重要な役割を果たしており、その機構の解明が望まれている。ここでは、地盤の間隙を毛管でモデル化することにより、不飽和浸透のメカニズムを微視的に解明することを試みた。

2. 毛管内の水柱の運動の理論式

図1のように毛管内に円筒座標系をとる。 r 、 θ 、 z はそれぞれ半径方向、円周方向、軸方向の座標を意味し、それぞれの方向の速度成分を v_r 、 v_θ 、 w とする。層流状態における水柱の断面平均速度を $\bar{w}$ とすれば、断面内の速度分布は $w = \bar{w} (1 - r^2/a^2)$ で表わされる。ただし a は毛管の半径である。図2のように、水柱の上端の部分の水と毛管壁との接触角は 0° と仮定してよいと考えられ、水柱の下端における水と毛管壁との接触角を θ とする。円筒座標系表示によるナビエーストークスの方程式を毛管内を落下する水柱に適用する。微小項を無視し断面全体にわたり積分し、更に毛管内の水柱の上端 h_t から下端 h_b まで積分すると、次式のように重力、表面張力、粘性力の影響のもとに毛管内を落下する水柱の運動方程式が得られる。

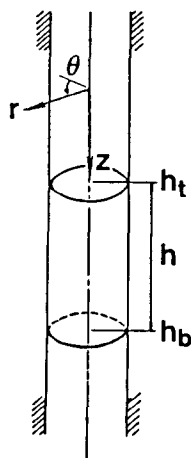


図1 座標系

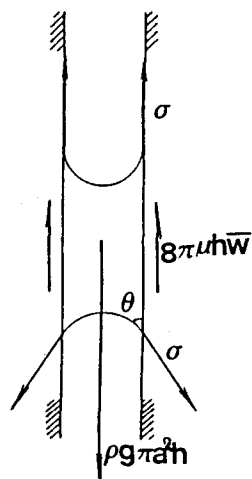


図2 水柱に働く力

$$\rho \pi a^2 \partial (h \bar{w}) / \partial t = \pi a^2 \rho g h - 2 \pi a \sigma (1 - \cos \theta) - 8 \pi \mu h \bar{w} \dots (1)$$

ただし、 h は水柱の長さ、 σ は表面張力、 μ は粘性係数を表わす。

3. 実験

実験では液体を見やすくするために染料を用いたが、粘度計を用いた測定により粘性に対する影響はほとんどないことが確認された。まず毛管を鉛直に立て内部に水を入れその水柱が落下する限界の臨界長 h_s の値を測定する。測定には内径が0.162～1.14mmの毛管を使用した。次に、鉛直に立てられた毛管内に臨界長より長い液柱を入れ落下の様子をビデオカメラで撮影し、液柱の落下時間と落下距離及び落下する前と後の液柱の長さを測定する。この測定には内径が0.64及び1.14mmの毛管、水、エタノール、シリコンオイル等の液体を用いた。

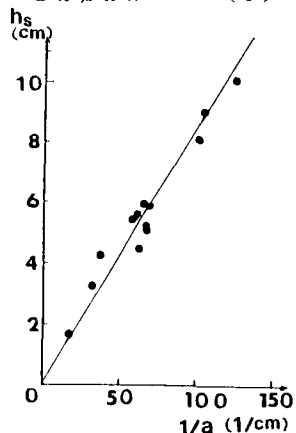


図3 毛管の半径と臨界長

4. 実験結果及び考察

毛管の内部の半径 a (cm) と水柱の臨界長 h_s (cm) の関係は図3のようになり、図中に実線で示す

$$h_s = 0.0695 + 0.0849 \cdot (1/a) \dots (2)$$

という式で近似できることがわかった。液柱が毛管内を落下する際に落下速度があまり変化しない場合には、液柱が通過した毛管壁にほぼ一定の厚さ h_o の液体膜が付着する。¹⁾ この結果を用いて、単位移動距離当たりの液柱の短縮率を求めると、図4の実線の関係を利用して次式となる。

$$dh = - 2 \pi a h_o / \pi a^2$$
$$= -1.2222 \cdot (\mu \bar{w})^{2/3} / \{ a^{1/6} (\rho g)^{1/6} \} \dots (3)$$

水柱の落下の実験の結果を式(1)に代入し水柱下端の接触角 θ (°) と $h \times a$ (mm²) の関係を求めグラフにしたのが図5で、両者の関係は図中に実線で示す次式で近似できることがわかった。

$$\theta = 41.58 + 2.052 h \times a + 0.07542 (h \times a)^2 \dots (4)$$

また式(1)の両辺を π で割り左辺第一項をTerm1、右辺第一項をTerm2、以下Term3、Term4とし、水柱の落下実験R1~R5におけるTerm1の最大値及びTerm2~Term4の最小値を列挙したのが表1であり、これより毛管内の水柱の落下においては慣性力の影響はほとんど無視できることが確認された。以上により鉛直な単一の毛管内の水柱の運動についての不明な点が解明された。

5. 毛管モデルによる不飽和透水係数の算出

実験の結果わかったことを基にして地盤内の間隙を多数の鉛直な毛管の集合体と考え計算により不飽和透水係数 K_c を求め、砂質土を用いたL.A.Richardsの実験値 K_R と比較した。²⁾ 毛管の断面積は正規分布をすると仮定し、土の体積含水率がRichardsの実験と同じ値になるようにあらかじめ毛管内に臨界長より短い水柱を乱数を用いて適当に分布させておく。次に圧力勾配 I がRichardsの実験と同じになるように毛管に圧力をかけ、それにより毛管内の水柱が動くものとして次式により不飽和透水係数を求めた。

$$K = Q / \{ A (\rho + I / g) \} \dots (5)$$

ここで、 Q は単位時間当たりに断面積 A を通過する流量であり、結果は図6のようになった。

6. 結論

毛管モデルにより算出した不飽和透水係数の値はRichardsの実験値とほぼ同じオーダーである。従って砂質土内の不飽和透水流に対し毛管モデルを適用できる可能性があることがわかった。

参考文献1)Levich,V.G.(1962)Physicochemical Hydrodynamics,pp.372-394,pp.669-683 2)Richards,L.A.(1931)Physics,vol.1,pp.318-333

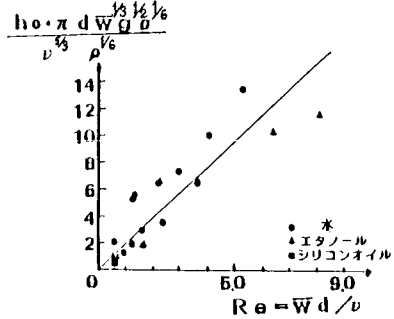


図4 h_o と $\bar{w}$ の関係

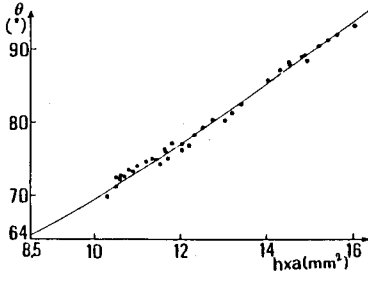


図5 θ と $h \times a$ の関係

表1 式(1)の各項のオーダー

実験番号	Term1 $\times 10^{10}$	Term2 $\times 10^5$	Term3 $\times 10^5$	Term4 $\times 10^8$
R1	1.39	6.40	8.00	5.77
R2	3.93	6.73	8.00	4.54
R3	7.19	7.37	8.00	6.39
R4	12.06	7.59	8.00	28.52
R5	4.70	7.16	8.00	20.16

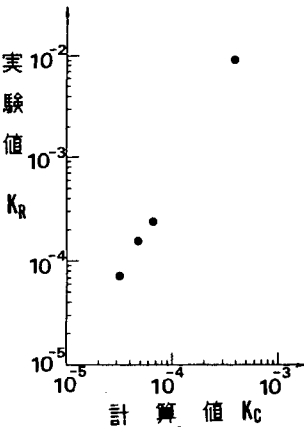


図6 実験値と計算値の比較