

東京大学工学部 正 員 玉井信行
東京大学工学部 正 員 浅枝 隆
建設省東北地建 正 員 塚原浩一

1. まえがき

雨水の不飽和浸透過程において浸透前線に生じた微小攪乱がフィンガー状に発達する現象(図-1)が見られ、土中に水みちが形成される大きな原因のひとつと考えられる。また岩盤の割れ目内の不飽和な流れにおいてもフィンガー状の水みちの形成が予測される。本研究ではこのようなフィンガリング現象について、Hele-Shawモデルによる浸透実験を行なうとともに、線形安定理論および数値計算によってその特性を検討し、地盤の雨水浸透能を正しく評価していくための一助とすることを目的とした。

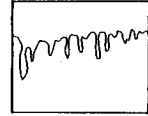


図-1 概念図

2. Hele-Shaw モデルによる実験

2枚のガラス平板(縦1m×横2m)を1mmの間隔で平行においた鉛直Hele-Shawセル(図-2)内に上部からシリコン・オイルを落下させ、その浸透前線に生じるフィンガリングを連続写真撮影によって観測した。Hele-Shawモデルの地下水2次元流れへの適用については透水係数 k とセル間隔 b の間に $k = gb^2/12\nu$ の関係が成り立つ。図-3は進行する浸透前線を0.2秒間隔で撮影し図化した例である。用いるオイルの動粘性係数 ν を変化させて実験を行い、フィンガーの波長・増幅率・平均流速を求めて理論との比較を行った。実験においてはセル間隔の十分な精度が得られなかったため、平面ポワズユ流を仮定し、また進行する境界面における抵抗力を考慮してセル間隔の補正を行った。この結果セル間隔は1.32mmと推定され、これを用いた平均流速 W と ν の関係は図-4に示す通りである。

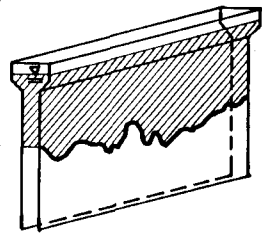


図-2 実験装置略図

3. 線形安定解析

フィンガーの発生過程について線形安定論を用いて検討する。無限に大きな鉛直Hele-Shawセル(図-5)内を2層流境界面が鉛直下向きに移動していく場合を考える。ここで添字1,2は界面前後の流体に対する値を示す。基礎式は地下水の運動方程式および連続式であり、境界条件はa)境界面での速度の連続、b)無限遠での速度ゼロ、c)境界面における圧力と表面張力のつりあい、の3つである。境界面に生じる微小攪乱 ξ を式(1)のように与えると、

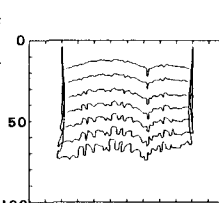


図-3 観測されたフィンガー形状(時間間隔 0.2秒)

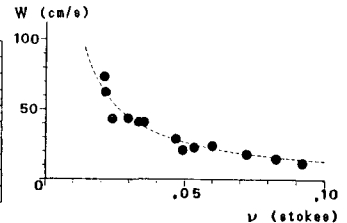


図-4 平均流速 W と動粘性係数 ν の関係

後の流体に対する値を示す。基礎式は地下水の運動方程式および連続式であり、境界条件はa)境界面での速度の連続、b)無限遠での速度ゼロ、c)境界面における圧力と表面張力のつりあい、の3つである。境界面に生じる微小攪乱 ξ を式(1)のように与えると、

$$\xi = \varepsilon \cdot \exp [n t + i (\alpha_x x + \alpha_y y)] \quad (1)$$

ここに ε : 振幅、 n : 増幅率、 t : 時間、 $\hat{\alpha} = (\alpha_x, \alpha_y)$: 波数
攪乱の増幅率 n は式(2)のように表わされる。

$$n = \{ (\mu_2/k_2 - \mu_1/k_1) (W - W_c) \alpha - \sigma \alpha^3 \} / (\mu_1/k_1 + \mu_2/k_2) \quad (2)$$

ここに μ : 粘性係数、 σ : 表面張力、 $\alpha = |\hat{\alpha}|$

$$W_c = (\rho_2 - \rho_1) g / (\mu_2/k_2 - \mu_1/k_1) \quad (3)$$

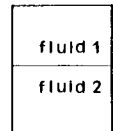


図-5 座標系等

微小攪乱がフィンガーへと発達していく条件は $n > 0$ であり攪乱の波長 λ に対して式(4) のように表わされる。

$$\lambda = 2\pi / \alpha > \lambda_c, \quad \lambda_c = 2\pi \{ \sigma / (\mu_2 / k_2 - \mu_1 / k_1) (W - W_c) \}^{1/2} \quad (4)$$

また成長が卓越して現われる攪乱の波長 λ_m は $\delta n / \delta \alpha = 0$ を満足しており次式となる。

$$\lambda_m = \sqrt{3} \lambda_c \quad (5)$$

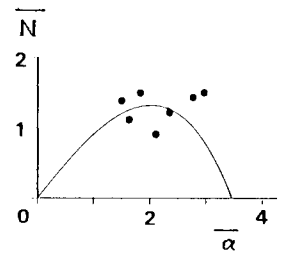
実験結果と比較するため次のような無次元化を考える。

$$\bar{\alpha} = b \cdot C a^{-1/2} \alpha, \quad \bar{N} = b / (W - W_c) \cdot C a^{-1/2} n \quad (6)$$

$$\text{ここに } C a = \mu_1 (W - W_c) / \sigma \quad (7)$$

これにより式(2) は次のように書き直すことができる。

$$\bar{N} = \bar{\alpha} - \bar{\alpha}^3 / 12 \quad (8)$$



式(8) について実験結果をプロットしたものが図-6である。実験結果は

理論曲線において無次元増幅率 $\bar{N}$ が最大となる付近に集中しており、実験 図-6 無次元化された増幅率 $\bar{N}$ と波数 $\bar{\alpha}$ の関係
においては安定論による卓越波長が現われているものと考えられる。

4. ボルテックス・シート法による数値計算

卓越波長が現われた後の成長過程については非線形性が増大するため数値シミュレーションに頼らざるを得ない。2層流の境界面を渦度を持った点の集合体とみなし、それらの渦点の相互干渉によって界面形状が変化していくものとする。界面上の渦強度 γ は界面前後の流速差によって生じ、Hele-Shaw セル内の流れを考えると、

$$\gamma = \Delta \mu / \bar{\mu} \cdot (\hat{U} \cdot \hat{s}) - b^2 g / 12 \bar{\mu} \cdot \Delta \rho (\hat{z} \cdot \hat{s}) + \sigma b^2 / 12 \bar{\mu} \cdot \delta (1/Rx) / \delta s \quad (9)$$

$$\text{ここに } \Delta \mu = \mu_2 - \mu_1, \quad \bar{\mu} = (\mu + \mu) / 2, \quad \Delta \rho = \rho_2 - \rho_1$$

$$\hat{U} : \text{流速ベクトル}, \quad \hat{U} = (u_1 + u_2) / 2 : \text{界面流速}, \quad Rx : \text{界面の } x \text{ 方向曲率半径}$$

$$s : \text{界面に沿った座標軸}, \quad \hat{s}, \hat{z} : \text{各軸方向単位ベクトル}$$

$$\text{また } \hat{U} = 1/2\pi \cdot P \int \hat{y} \times \{ \hat{r}(s,t) - \hat{r}(s',t) \} / | \hat{r}(s,t) - \hat{r}(s',t) | \cdot \gamma(s',t) ds' \quad (10)$$

$$\text{ここに } P \int : \text{コーシーの主値積分}, \quad \hat{y} : y \text{ 方向単位ベクトル}, \quad \hat{r} : \text{界面上の位置ベクトル}$$

式(9) および(10)を満たす界面形状を繰り返し計算によって求め、フィンガー増幅率に対するレイノルズ)

数 ($Re = Wb / \nu_1$) およびウェーバー数 ($We = \sqrt{Wb^2 / (\sigma / \rho_1)}$) の影響を調べた。図-7

は卓越波長を8cm、 $Re = 100$ 、 $We = 1.0$ とした

場合の計算例である。また図-8はウェーバー

数をパラメーターとしてレイノルズ数に対して増

幅率をプロットした例であり、レイノルズ数が大

きいほど増幅率が大きくなるがウェーバー数の値

による変化はあまりないことがわかる。あわせて

プロットした実験結果も計算結果とよく一致していると考えられる。

5. 結論

以上の研究により、1)フィンガー発生過程に関しては、線形安定解析による卓越波長の予測が可能であること、2)フィンガー成長過程に関しては、あらかじめ卓越波長を与えて数値計算を行なうことによりその予測が可能であること、の2点が明らかになった。

<参考文献> 1) CHUOKE et al. 1959 Trans.AIME 216,183-194

2) PARK et al. 1984 J.Fluid Mech. 139 ,291-308

3) TRYGGVASON et al. 1983 J.Fluid Mech. 136 ,1-30

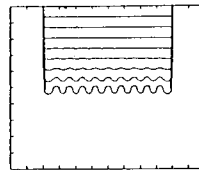


図-7 計算結果例
(時間間隔 0.2秒)

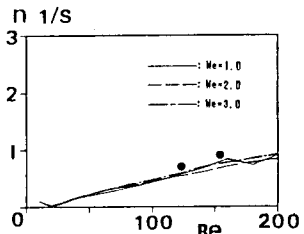


図-8 増幅率 n とレイノルズ数 Re の関係