

# II-26 周波数応答法を用いた流出成分の分離

苫小牧工業高等専門学校 正員 嶋峨 浩  
北海道大学・工学部 正員 藤田 駿博

1. 基礎理論 降雨流出系は一般に非線形であるが線形要素の強い非線形であり非線形要素としては、流出の時間的遅れ・降雨の分離則にあるとされている。

特に日野らは、図-1の流出過程において $r_i(t) \cdot q_i(t)$ <sup>1)</sup>の関係は線形であるが有効雨量 $r_e(t)$ を $r_i(t)$ に分離する<sup>2)</sup>

過程が非線形であると指摘し、藤田らはエントロピー法によって単位図の変動特性を調べ、日野らの結論と符合する結果を得ている。一方、周波数応答法は対象とする現象が線形系に限定され現在では古典的な手法とされているが、次第に明らかになりつつある非線形要素を考慮するならば降雨一流出系の非線形なinput-output問題への適用も可能であると思われる。図-1において $i$ 番目の降雨成分 $r_i(t)$ とそれに対応する流出成分 $q_i(t)$ が(1)式の線形関係にあるとし、有効雨量 $r_e(t)$ が(6)式の分配率 $g_i(t)$ に従って $i$ 個の降雨成分に分離されるとすると(5)式が成立する。(1)式と比較するとインパルス応答関数 $h_i(t-\tau)$ は、 $(t-\tau)$ のみならず $\tau$ の関数にもなっており、このことは単位図が時間の経過とともに変動することを示している。なお、式中の大文字は小文字のフーリエ変換関数である。いま有効雨量 $r_e(t)$ が2つの成分より構成されているモデルを考える。 $r_e(t)$ と $q(t)$ 間のシステム関数は(9)式で与えられる。

(9)式において未知数は $H_1(\omega) \cdot H_2(\omega) \cdot R_1(\omega)$ であり、直接この式を解くことはできないが、同一流域の複数の出水例の周波数応答を調べることにより、 $H_1(\omega) \cdot H_2(\omega)$ を推定することは可能であり、未知数は $R_1(\omega)$ だけとなって(11)式で表わされる。なお、 $H(\omega) \cdot R(\omega)$ の時間領域への変換は(10)・(12)式で与えられる。基礎理論を実証するためにシミュレーションを行った。手順としては降雨 $r(t)$ (図-2)及び単位図(図-3)を仮定し、 $r(t)$ は $r_1(t) \cdot r_2(t)$ の2つの成分からなり、それぞれ $u_1 \cdot u_2$ の流出成分の組合せにより流出するものとし、得られた流量 $q(t)$ (図-4)からボード線図(図-6・7)、ナイキスト図(図-8)を求めた。

いま、 $r_1(t) \cdot r_2(t)$ が(13)式の分配率に従っているものとし、 $\{r_1 \cdot u_1\} \{r_2 \cdot u_2\}$ の組合せで流出する場合をCase1

逆に $\{r_1 \cdot u_2\} \{r_2 \cdot u_1\}$ の組合せの場合をCase2とし、流量を図中の実線と破線で示す。また成分の分配率の変化による影響を調べるために、 $\alpha$ を0.3~0.7に変化させた。Case1の場合ゲイン・位相とも低周波領域で $H_2(\omega)$ に、高周波領域で $H_1(\omega)$ の近傍の値をとり、Case2では逆に低周波領域で $H_1(\omega)$ に、高周波領域で $H_2(\omega)$ の近傍を通過している。また $\alpha$ の変化によるゲイン・位相の変化は、Case1・Case2とも $u_1$ 成分の増大で $H_1(\omega)$ に $u_2$ 成分の増大で $H_2(\omega)$ に近づいている。ナイキスト図を図-8に示す。このことから複数の出水例の周波数応答を調べることにより、 $H_1(\omega) \cdot H_2(\omega)$ を推定できる。また(11)・(12)式により推定した降雨成分 $r_1(t)$ を図-5に $\hat{r}_1(t)$ として示す。

2. 実流域における計算 天塩川上流域の名越橋地点(面積612.4km<sup>2</sup>)における4出水例の実測資料を用いた計算結果を示す。有効降雨は藤田がエントロピー法によって推定した値を用い直接流出量はハイドログラフの立上り時刻と減水部第2折曲点を直線で結ぶ分離法を採用した。ボード線図・ナイキスト図を図-9・10・11に示す。 $H_1(\omega) \cdot H_2(\omega)$ の推定は $\omega=0.3$ までをナイキスト図でそれ以上の周波数領域ではボード線図で

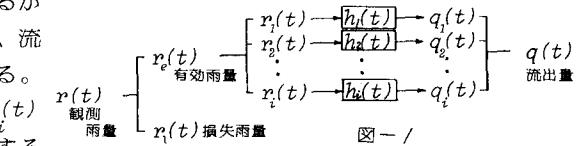


図-1

$$q(t) = \int_0^\infty r(\tau) h(t-\tau) d\tau \quad (1)$$

$$Q(\omega) = R(\omega) H(\omega) \quad (2)$$

$$Q(\omega) = \int_0^\infty q(t) \exp(-j\omega t) dt \quad (3)$$

$$R(\omega) = \int_0^\infty r(t) \exp(-j\omega t) dt \quad (4)$$

$H(\omega)$  : システム関数

$$\begin{aligned} q(t) &= \int_0^\infty r_i(t) h_i(t-\tau) d\tau \\ &= \int_0^\infty r_e(\tau) \sum_i g_i(\tau) h_i(t-\tau) d\tau \end{aligned} \quad (5)$$

$$g_i(\tau) = r_i(\tau) / r_e(\tau) \quad (6)$$

$$\sum_i g_i(\tau) = 1$$

$$Q(\omega) = Q_1(\omega) + Q_2(\omega) \quad (7)$$

$$R(\omega) = R_1(\omega) + R_2(\omega) \quad (8)$$

$$H(\omega) = \frac{R_1(\omega)}{R(\omega)} H_1(\omega) + \frac{R_2(\omega)}{R(\omega)} H_2(\omega)$$

$$= H_2(\omega) + \frac{R_1(\omega)}{R(\omega)} \{H_1(\omega) - H_2(\omega)\} \quad (9)$$

$$h(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \operatorname{Re}\{H(\omega)\} \cos \omega t d\omega \quad (10)$$

$$R_1(\omega) = \frac{Q(\omega) - R(\omega) H_2(\omega)}{H_1(\omega) - H_2(\omega)} \quad (11)$$

$$r_1(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \operatorname{Re}\{R_1(\omega)\} \cos \omega t d\omega \quad (12)$$

$$\begin{aligned} r_1(t) &= r(t) g_1(t) \\ r_2(t) &= r(t) g_2(t) \\ g_1(t) &= \exp(-\alpha t) \\ g_2(t) &= 1 - \exp(-\alpha t) \end{aligned} \quad (13)$$

行い、*cut-off* 周波数は 0.5 とした。これらのシステム関数を(10)式でインパルス応答関数に変換しさらに単位図に変換したのが図-12・13 であり、図中の破線は藤田がエントロピー法で求めた単位図で、それぞれ降雨開始時及び降雨終了時のものである。逆推定した降雨は(12)式によって求めた  $\bar{H}(t)$  から分配率  $g(t)$  を計算し、(13)式によって求めた。推定した単位図と降雨を用いて流出量を再現したものを図-14 に示す。ほぼ実測値を説明していると思われる。

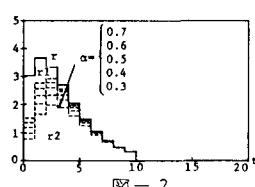


図-2

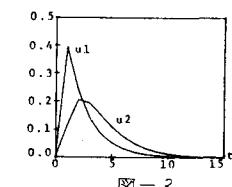


図-3

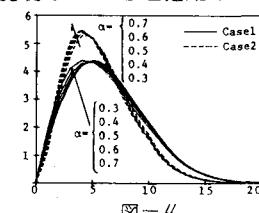


図-4

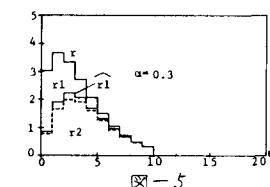


図-5

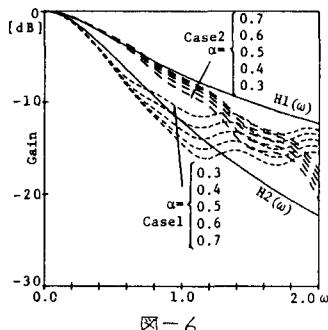


図-6

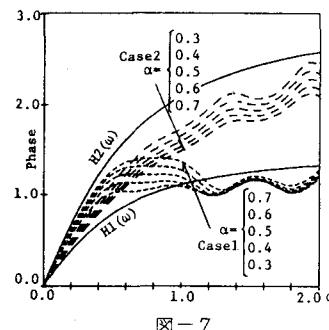


図-7

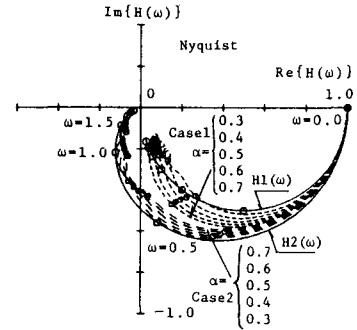


図-8

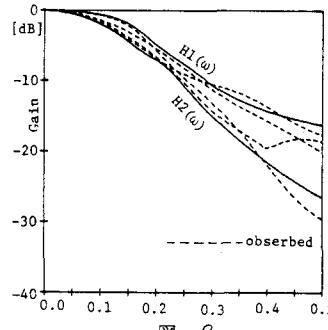


図-9

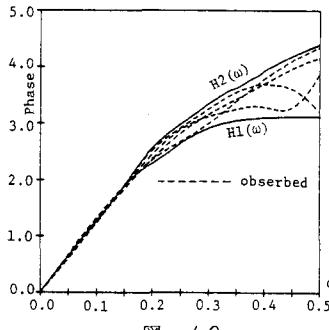


図-10

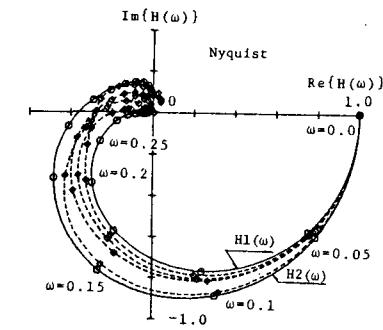


図-11

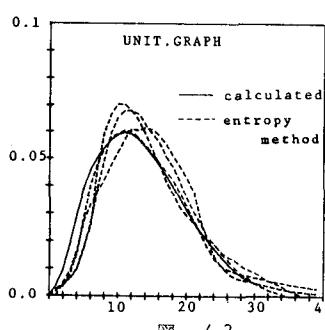


図-12

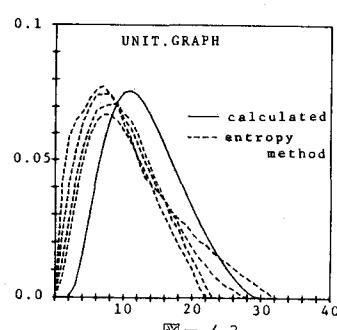


図-13

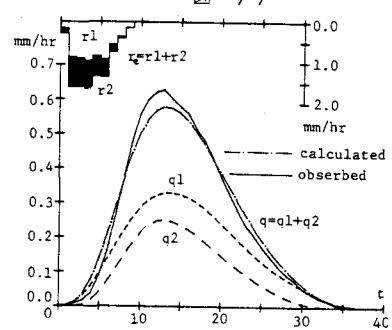


図-14

#### 参考文献

- 1) 日野 幹雄・長谷部 正彦：流量時系列のみによる流出解析 土木学会論文報告集、第300号、1981
- 2) 藤田 駿博・道口 敏幸・エントロピー法を用いた流出解析 北海道支部論文報告集、第40号、1984
- 3) 藤田 駿博：降雨流出系のシステム関数の解析について 第15回水理講演会論文集、1977
- 4) 畦嶋 浩・藤田 駿博：非線形流出系の周波数特性について 第39回年講 II、1984
- 5) 畦嶋 浩：周波数応答法による流出成分の分離について 北海道支部論文報告集、第41号、1985