

群馬工業高等専門学校 正員 山本好克
東京都立大学 工学部 ヶ 丸井信雄

1. はじめに 着目するは、一つのモデルで、どのような大きさの流域でも、また低水も高水も計算可能な実用的流出解析法を目的として開発した“遊水モデル”について検討を行っている^{1),2)} このモデルは、流域からの降雨の流出を支配するものは主として河道の貯留作用であるとしており、この点からは従来の貯留関数型モデルに属するが、いくつかの異なる観念を有している。今回は、遊水モデルの基本方程式とそのパラメータの物理的解釈と不定流の基礎方程式との関連性において考察し、適用例によりその妥当性について検討する。

2. 遊水モデルの水理学的解釈および流出解析法 図-1のごとく河道からそのわきへの単位長さ当りの流出量を $r(t)$ とすると、不定流の連続式および運動方程式は、次式のごとく表わされる。

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = -r(t) \quad \dots\dots (1)$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial x} - i + \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{f'}{R} \frac{v^2}{2g} - \frac{vR}{gA} = 0 \quad \dots\dots (2)$$

ここに、 t : 時間、 x : 河道上流端からの距離、 A : 流水断面積、 Q : 流量、 v : 平均流速、 h : 水深、 i : 河床勾配、 R : 径深、 f' : 摩擦損失係数 である。

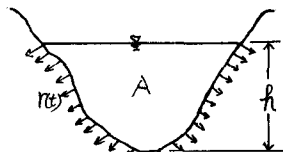


図-1 河道横断面図

なお、 $r(t)$ はわきから河道へ流入する場合は負値となる。

(1)式を x に関して0から L まで積分すると次式を得る。

$$\frac{dS}{dt} = Q(0, t) - Q(L, t) - g(t) \quad \dots\dots (3) \quad \text{なお } S(t) = \int_0^L A(x, t) dx, \quad g(t) = \int_0^L r(x, t) dx \text{ である。}$$

(2)式は、次の(4)、(5)式を同時に満足する方程式であると考えることができる。

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{vR}{gA} = 0 \quad \dots\dots (4)$$

$$i - \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{f'}{R} \frac{v^2}{2g} = 0 \quad \dots\dots (5)$$

こうして(5)式を Chezy の平均流速公式で表わすと次式となる。

$$v = C \sqrt{Ri} \quad \dots\dots (6) \quad \text{あるいは } Q = C \cdot A \cdot \sqrt{Ri} \quad \dots\dots (7)$$

ここで、(6)、(7)式を次式で表わすことにする。

$$v = aA^b \quad \dots\dots (8)$$

$$A = a'Q^{b'} \quad \dots\dots (9)$$

(9)式を x に関して0から L まで積分すると次式を得る。

$$S(t) = \int_0^L a' Q^{b'}(x, t) dx \quad \dots\dots (10) \quad \text{なお } S(t) = \int_0^L A(x, t) dx \text{ である。}$$

次に(4)式において $Q \gg R$ から左辺第3項を0とし、(8)式を代入して整理すると次式を得る。

$$\frac{\partial A}{\partial t} + v \frac{\partial A}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots (11)$$

さて、遊水モデルは、流域からの降雨の流出を図-1のごとく河道における貯留作用と河道わきの浸透層との流入(あるいは横断面河道における遊水作用)によるものとし、流域を図-2のごとく貯留効果を表現する貯留部と浸透層(あるいは遊水効果)を表現する遊水部からなるものであり、流域への全降雨を貯留部上端から流入させ遊水部との水深差により遊水し、それから貯留部下端から流出する過程を表現したものである。

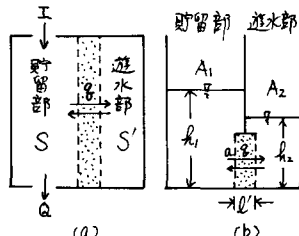


図-2 遊水モデルの概念図

このモデルの基本方程式は、貯留部に対しては、不定流の連続式および運動方程式から導かれるところの(3)、(10)式を次式の形で表現する。

$$\frac{dS}{dt} = I - Q - g \quad \dots\dots (12)$$

$$S = kQ^m \quad \dots\dots (13)$$

また遊水部に対しては、まず連続式は次式が導かれる。

$$\frac{dS'}{dt} = g \quad \dots\dots (14)$$

次に遊水部への流出量 g は

図-2 (b)のごとく貯留部と遊水部の水深および表面積をそれぞれ h_1, A_1, h_2, A_2 、遊水層厚を l' 、遊水断面積を a とすると次式が導かれる。

$$g = k \cdot a \cdot \frac{h_1 - h_2}{l'} = \frac{k \cdot a}{l'} \left(\frac{S}{A_1} - \frac{S'}{A_2} \right) = \frac{k \cdot a}{l' A_1} (S - \frac{A_1}{A_2} S') = \alpha (S - \beta S') \quad \dots\dots (15)$$

ここに、 S :貯留部の貯留量、 S' :遊水部の貯留量、 I :貯留部上端からの流入量、 Q :貯留部下端からの流出量、 q :貯留部から遊水部への流量(逆の時は負値となる)、 k ; m ; α ; β :パラメータである。

ところで、(17)式の $S \sim Q$ 関係は一価関係となっているが、図-3のごとく遊水モデルを2段とし、貯留部①、②のそれぞれに式(1)の連続式と運動方程式を設定し、近似計算をし、整理すると(20)式を得、 $S \sim Q$ 関係の二価性を表現することが出来る。

$$\text{貯留部 ①: } \begin{cases} \frac{dS_1}{dt} = I - Q_1 - q_1 \cdots \cdots (16) \\ S_1 = k_1 Q_1^{m_1} \cdots \cdots (17) \end{cases} \quad \text{貯留部 ②: } \begin{cases} \frac{dS_2}{dt} = Q_1 - Q_2 - q_2 \cdots \cdots (18) \\ S_2 = k_2 Q_2^{m_2} \cdots \cdots (19) \end{cases}$$

$$S = K_1 Q_1^{P_1} + K_2 \frac{dQ_2}{dt} \cdots \cdots (20) \quad T=L \quad S = S_1 + S_2, \quad Q = Q_2, \quad k = k_1 = k_2, \\ m = m_1 = m_2, \quad K_1 = 2k, \quad K_2 = k^2 m^2, \quad P_1 = m, \quad P_2 = 2m-1 \quad \text{としている。}$$

以上のことから遊水モデルの基本方程式としては、流域の蒸発散による損失量 E を導入し段数を添字 j ($j=1, 2$)で表わし次式とする。

$$\text{連続式: } \begin{cases} \frac{dS_j}{dt} = I_j - Q_j - \beta_j - E_j \cdots \cdots (21) \\ \frac{dS_j}{dt} = q_j \cdots \cdots (22) \end{cases}$$

$$\text{運動方程式: } \begin{cases} Q_j = k_j S_j^{m_j} \cdots \cdots (23) \\ q_j = \alpha_j (S_j - \beta_j S_j') \cdots \cdots (24) \end{cases}$$

パラメータとしては、方程式中の k_j ; m_j ; α_j ; β_j ($j=1, 2$) および(11)式は、洪水流が変形や減衰することなくびなる速度で伝播することを表わしているもので、このびによる流下に必要な時間 T (ここでは“おれ時間”と呼ぶ)の計9個である。

遊水モデルによる実際の流出解析には、パラメータは2段とも共通な k , m , α , β を用い、(21)~(24)式の連立微分方程式を解き、2段目から得られた流出量 Q のハイドログラフと、伝播速度 v による流下に必要な時間 T だけずらすことによって求めるハイドログラフを得ることになる。

3. 適用例 上述の遊水モデルによる流出解析法に基づいて、那珂川野口地奥(流域面積2195.4 km²)および利根川八斗島地奥(流域面積506.4 km²)の洪水と解析した結果をパラメータ値とともに図-4に示してある。なお各々のパラメータ値は、実測値と計算値とを合合うように試行して決定した。

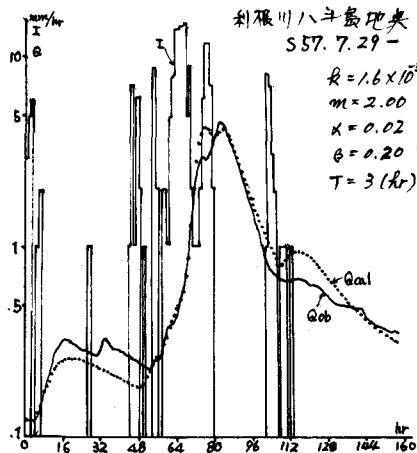
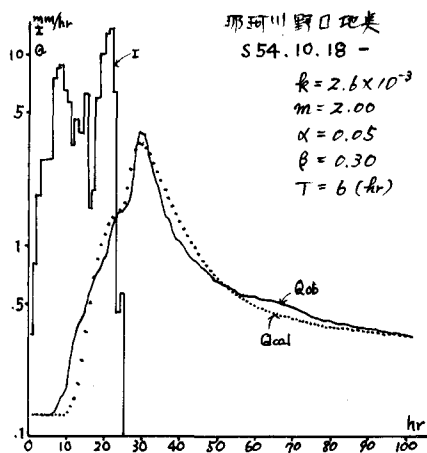


図-4 洪水流出解析結果

4. おわりに 適用例の結果から、遊水モデルの物理学的解釈はほぼ妥当であろうと考えられる。今後、多くの流域および洪水例を解析することにより、モデルの有用性を明らかにして行きたい。最後に貴重なデータの収集および提供して下さった、建設省利根川ダム統合管理所調査課の管操にお礼申し上げる次第です。

- [参考文献] 1) 山本・丸井: “遊水モデルのパラメータについて”, オ38回年講オ2部, 昭58.10.
2) 山本・丸井: “遊水モデルの有効性について”, オ39回年講オ2部, 昭59.10.