

(株) 東京建設コンサルタント 正会員 佐藤 健次
 信州大学工学部 正会員 荒木 正夫
 信州大学工学部 正会員 寒川 典昭

1. はじめに

MEP分布とは、与えられた情報(制約条件)の下でエントロピーを最大にする分布をいう。我々は、今まで1変数及び2変数MEP分布について考察し、実測データに対する適用性を検討してきた。¹⁾ 又、2変数を多変数に拡張した分布(多変数MEP分布)を理論展開し、同分布の諸特性として、既存分布の導出、3変数正規分布を母集団とした場合の適合度検定を行った。²⁾ 本稿は、残された課題である実測水文データに対する適用性を明らかにするために、3地点流量データ、3地点8月降水データを取り上げ、ラグランジュ乗数の算定、及び頻度図との適合度を検討したものである。

2. 理論式

多変数MEP分布は、任意次数のモーメントを制約条件としたとき、次式で与えられる。

$$p(x_1, \dots, x_n) = \exp \left\{ -1 - \sum_{a_1=1}^{N_{a_1}} \gamma_{a_1} x_1^{a_1} - \dots - \sum_{a_n=1}^{N_{a_n}} \gamma_{a_n} x_n^{a_n} - \sum_{b_1=1}^{N_{b_1}} \sum_{b_n=1}^{N_{b_n}} \delta_{b_1-b_n} x_1^{b_1} \dots x_n^{b_n} \right\} \quad (1)$$

ここで、 $b_1 = \dots = b_n = 0$ とは、確率密度関数が具備すべき条件を示し、 $\gamma_{a_1}, \dots, \gamma_{a_n}, \delta_{b_1-b_n}$ はラグランジュ乗数である。いま、(1)式において、 $n=3$ とおくと3変数MEP分布 $3M(s, t, u, v)$ が得られる。ここで、 s, t, u は、採用したモーメントの最高次数である。 v は、採用した相乗モーメントの個数であり、本稿では以下のように適用した。ただし、 $\mu_{k_1 l_1}^k$ は $x_1^{k_1} x_2^{l_1} x_3^m$ に関する相乗モーメントを示す。

1) $V=1$ の場合、確率分布が具備すべき条件だけを採用し、相乗モーメントに関して考慮しない。

確率分布が具備すべき条件： $\{\mu_{000} = 1\}$ 。

2) $V=4$ の場合、1)の他に、 $x_1 x_2, x_2 x_3, x_3 x_1$ の各2変数の相乗モーメントを採用する。

採用するモーメント： $\{\mu_{000}, \mu_{110}, \mu_{011}, \mu_{101}\}$ 。

3. 実測データへの適用例

3地点流量データとして、立ヶ花(千曲川、合流後の本川)29年間の年最大流量とそれに対応する杭瀬下(千曲川、合流前の支川)、小市(犀川、合流前の支川)の最大流量を用い、それぞれを確率変数 x, y, z とした。表-1は、得られたMEP分布のラグランジュ乗数と規準化されたモーメントの値である。図-1は3次元の確率密度関数を2次元の周辺確率密度関数として、1つのメッシュがもつ確率をメッシュ面積で除した値をプロットしたものである。制約条件に相乗モーメントを導入すると適合度が改善されていることがわかる。表-2は、3地点8月降水データとして、長野、名古屋、東京を取り上げ、それぞれを確率変数 x, y, z として得られたMEP分布のラグランジュ乗数と規準化されたモーメントの値である。なおデータ数は92個であった。図-2は、データとMEP分布のグラフである。4次モーメントを導入すると、分布形の形状には変化を生じさせたが、適合度の改善については明確なことは言えなかった。一応、両例とも、 $3M(2, 2, 2, 4)$ は、データに対して、よい適合度を示しているとみることができる。

4. 終わりに

水量的ように小標本で不確定性を多く含む現象の説明に対して、同分布は適していると思われる。今後他の実測データを取り上げ、MEP分布による頻度解析の実例を追加していきたいと考えている。

1) 寒川、荒木、寺島：2変数MEP分布とその特性に関する研究、水理講演会論文集、1984 .2.

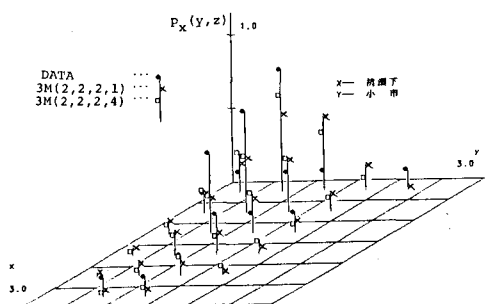
2) 荒木、寒川、佐藤：多変数MEP分布の諸特性、59年度土木学会中部支部研究発表会、1985 .3.

表-1 ラグランジュ乗数 (3地点流量)

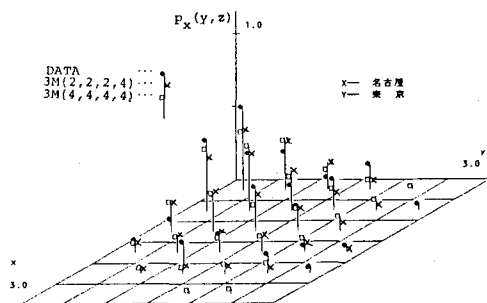
	3M(2,2,2,1)	3M(2,2,2,4)	3M(3,3,3,4)	モーメント	
f_1	-2.1499	-0.9424	-1.9526	m_{100}	1.000
f_2	1.2043	14.1640	15.1870	m_{200}	1.308
f_3	—	—	-0.2039	m_{300}	2.234
f_4	0.5880	1.9152	3.1241	m_{010}	1.000
f_5	0.1179	3.2944	2.4388	m_{020}	1.747
f_6	—	—	0.1763	m_{030}	3.957
f_7	-4.4673	-3.6575	-3.4942	m_{101}	1.000
f_8	2.2809	6.2067	6.0960	m_{111}	1.198
f_9	—	—	0.0427	m_{121}	1.682
δ_{100}	2.8746	0.0773	0.0283	m_{000}	1.000
δ_{111}	—	5.5192	5.5212	m_{111}	1.141
δ_{111}	—	-14.1690	-14.2670	m_{111}	1.163
δ_{111}	—	-13.1960	-13.3790	m_{111}	1.417

表-2 ラグランジュ乗数 (3地点8月降水)

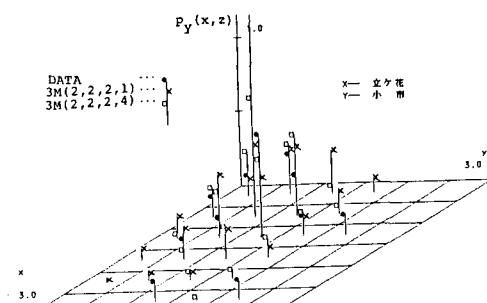
	3M(2,2,2,1)	3M(2,2,2,4)	3M(3,3,3,4)	3M(4,4,4,4)	モーメント	
f_1	-3.2701	-2.5037	-2.8257	-9.2945	m_{100}	1.000
f_2	1.7161	1.9741	2.2756	11.4190	m_{200}	1.245
f_3	—	—	-0.0827	-4.8645	m_{300}	1.809
f_4	—	—	—	0.8140	m_{400}	2.951
f_5	-1.0597	0.2484	0.1661	-2.4341	m_{010}	1.000
f_6	0.7335	1.1129	1.1807	4.7111	m_{020}	1.404
f_7	—	—	-0.0156	-1.7222	m_{030}	2.415
f_8	—	—	—	0.2626	m_{040}	4.751
f_9	-0.7712	0.0445	0.4741	-4.8139	m_{101}	1.000
f_{10}	0.6153	0.8614	0.4805	9.4550	m_{111}	1.439
f_{11}	—	—	0.0902	-5.1928	m_{121}	2.508
f_{12}	—	—	—	0.9857	m_{131}	4.898
δ_{100}	2.4968	0.9045	0.9072	3.4416	m_{000}	1.000
δ_{111}	—	-1.0593	-1.0675	-1.0462	m_{111}	1.176
δ_{111}	—	-0.2607	-0.2628	-0.2544	m_{111}	1.066
δ_{111}	—	-1.0226	-1.0094	-0.9831	m_{111}	1.103



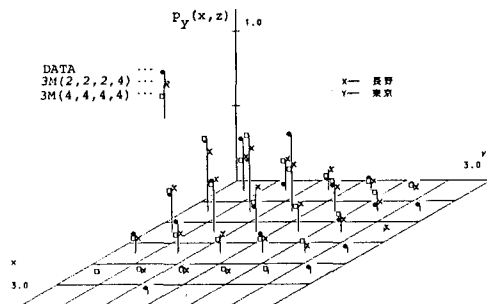
(a) 杭瀬下-小 市



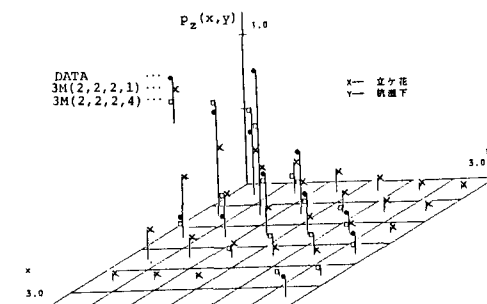
(a) 名古屋-東 京



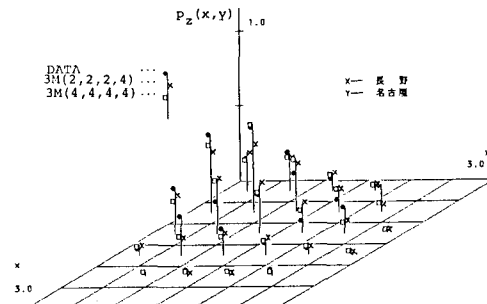
(b) 立ヶ花-小 市



(b) 長野-東 京



(c) 立ヶ花-杭瀬下



(c) 長野-名古屋

図-1 データとMEP分布 (3地点流量)

図-2 データとMEP分布 (3地点8月降水)