

武蔵工業大学 工学部 正 員 星谷 勝

" 学生員 丸山 収

" 学生員 鈴木 基能

東急建設株式会社 正 員 渋谷 重彦

1. はじめに

本研究は、実地震記録を1つの代表サンプル波形とする、ARモデルによる確率過程入力地震動の作成を行ったもので、地震動を支配する非定常ARモデルの係数はカルマンフィルタにより求めた。本方法は、文献1)、2)、3)、などにおける逆行列の計算を必要とせず、さらにカルマンフィルタが逐次形アルゴリズムのため、計算機の記憶容量が少なくすむなどの利点を有する。なお、解析する際に地震動の非定常性が小区間において定常であると仮定し、各小区間ごとに非定常ARモデルの係数を同定した。

2. 非定常ARモデルの係数同定

平均0の非定常確率過程 $X(t)$ に対する非定常ARモデルを次式で定義する。

$$X(i) = \sum_{k=1}^M b(i, k) \cdot X(i-k) + \varepsilon(i) \quad (1)$$

ここで、 i は離散時間 $i \cdot \Delta t$ ($i=1, 2, \dots, N$) を表わす指標であり、 M はARモデルの次数、 $\varepsilon(i)$ は平均0の非定常ホワイトノイズである。(1)式において非定常振動特性を支配する $b(i, k)$ と、非定常振幅特性を支配する $\varepsilon(i)$ の分散 $\sigma_{\varepsilon}^2(i)$ をカルマンフィルタにより求める。

今、時刻 i を中心とする N' 個の離散データが定常であると仮定すると

$$X(j) = \sum_{k=1}^M b(k) \cdot X(j-k) + \varepsilon(j), \quad (j=1, 2, \dots, N') \quad (2)$$

となる。(2)式より $b(k)$ 、および $\varepsilon(i)$ の分散 σ_{ε}^2 を求め

$$\left. \begin{aligned} b(i, k) &= b(k) \\ \sigma_{\varepsilon}^2(i) &= \sigma_{\varepsilon}^2 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

とする。ここで、地震波が緩やかに変化する特性を考慮して、隣接した点の係数 $b(i, k)$ と $b(i+1, k)$ はほぼ等しいと考えられる。そこで、 $b(i, k)$ を $i=1$ から N まで逐一計算する代わりに、時刻 i を一定間隔 $\Delta T (=a \cdot \Delta t, \text{但し } a>1)$ で飛ばして係数 $b(i, k)$ を求める。時刻 $i \sim i+a$ の間は直線補間により求めて、効率的に計算を行う。

次に、定常区間 $i-N'/2 \sim i+N'/2$ (図-1) におけるARモデルの係数をカルマンフィルタにより求める方法を述べる。(2)式より、観測方程式はARモデルの係数を状態量として、状態ベクトル $\theta(j)$ を用いて次式のようにおける。

$$X(j) = \phi(j) \cdot \theta(j) + \varepsilon(j) \quad (4)$$

ここで、

$$\phi(j) = [X(j-1), X(j-2), \dots, X(j-M)]$$

$$\theta(j) = [b(1), b(2), \dots, b(M)]^T$$

であり、状態方程式は区間内定常なので

$$\theta(j+1) = \theta(j) \quad (5)$$

とおける。⁴⁾ (4)、(5)式をカルマンフィルタに組み込み、

時刻 i を中心とする小区間の係数 $b(k)$ を求める。但

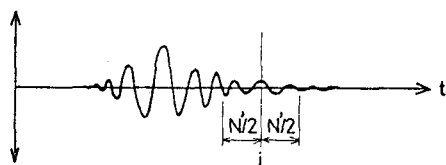
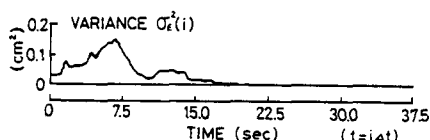
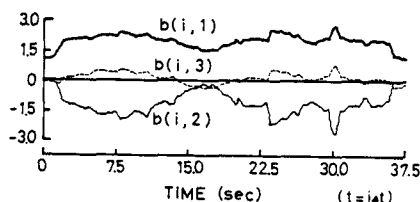


図-1 区間定常の仮定

図-2 カルマンフィルタにより求めた $b(i, k)$, $\sigma_{\varepsilon}^2(i)$

し、 $\varepsilon(i)$ の分散 σ_{ε}^2 は未知であるが、 $\sigma_{\varepsilon}^2=1$ と仮定し計算を行う。

ここで、 N 個のデータより推定値 $b(k)$ が真値に収束するように、カルマンフィルタを N 個のデータについて繰返し使用する (EK-WGI法)⁵⁾。また、時刻 i の初期値 $\theta(0)$ は時刻 $i-a$ において求めた係数 $b(i-a, k)$ を用いる。但し、 $i=1$ の場合は $\theta(0)=0$ とする。

次に、誤差項 $\varepsilon(i)$ の分散 $\sigma_{\varepsilon}^2(i)$ を求める。 $\sigma_{\varepsilon}^2(i)$ は既に求められた $b(i, k)$ より次式で与えられる。

$$\sigma_{\varepsilon}^2 = 1/N \sum_{s=i-N/2}^{i+N/2} \left\{ X(s) - \sum_{k=1}^M b(i, k) \cdot X(s-k) \right\}^2$$

$$\sigma_{\varepsilon}^2(i) = \sigma_{\varepsilon}^2 \quad (6)$$

これより一定間隔 ΔT ごとに $\sigma_{\varepsilon}^2(i)$ を求め、 ΔT の間は直線補間をする。また、 $\varepsilon(i)$ は次式よりシミュレートする。

$$\varepsilon(i) = \sigma_{\varepsilon}(i) \cdot \xi(i) \quad (7)$$

ここで、 $\xi(i)$ は平均0、分散1の定常ホワイトノイズである。

以上により求められた係数 $b(i, k)$ と $\varepsilon(i)$ を用いて、(1) 式により模擬地震波 $X(i)$ を作成することができる。このときの $X(i)$ の初期値は $X(i)=0$ ($i < 0$) とすればよい。

3. 数値計算および考察

1979年インベリアルバレー地震の変位記録 (総データ数 $N=941$ 個、時間刻み $\Delta t = 0.04$ (SEC)) を用いて解析を行った。計算において、ARモデルの次数は $M=3$ 、定常を仮定した小区間は $N=80$ 、また係数を求める一定間隔は $\Delta T = 10 \cdot \Delta t$ とした。

本方法により求めたARモデルの係数 $b(i, k)$ と分散 $\sigma_{\varepsilon}^2(i)$ を図-2に示す。ここで、計算結果を比較するため、参考文献3)の方法で求めた結果を図-3に示した。これより、2つの方法から求められたAR係数、分散はともに良い対応を示した。次に、本方法により求めたAR係数と分散を用いて(1)式により作成した模擬地震波の1サンプル波形と実地震波を図-4に示す。図に示した模擬地震波は原波形の特性を持つ1サンプル波形であるため、波形の最大値は一致しないが、包絡形状、振動数特性は実地震波にほぼ対応していると思われる。

4. まとめ

本研究では、カルマンフィルタを用いて模擬地震動波の作成を行った。以上により、区間定常を仮定しカルマンフィルタを繰返し用いることで、効率よく非定常ARモデルの係数を同定できた。

参考文献

- 1). M.Hoshiya and T.Chiba, Simulation Methods ~, Proc. of JSCE, No.296, APRIL 1980, pp.121~130
- 2). M.Hoshiya and Z.Hasgür, AR and MA Models of Nonstationary Ground Motion, Bulletin of the International Institute of Seismology and Earthquake Engineering, Vol.16(1978), pp.55~68
- 3). 千葉 利晃, 多次元非定常時系列モデルの誘導とその地震動波形解析への応用, 日大提出学位論文, 1983
- 4). 片山 徹, 応用カルマンフィルタ, 朝倉書店, 1983
- 5). M.Hoshiya and E.Saito, Structural Identification by Extended Kalman Filter, Jour.of.Eng.Mech., JSCE, Vol.110, No.12, Dec, 1984

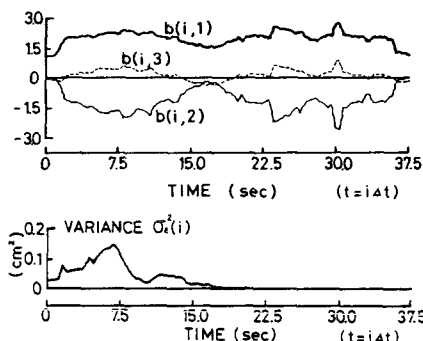


図-3 文献3)の方法で求めた $b(i, k)$, $\sigma_{\varepsilon}^2(i)$

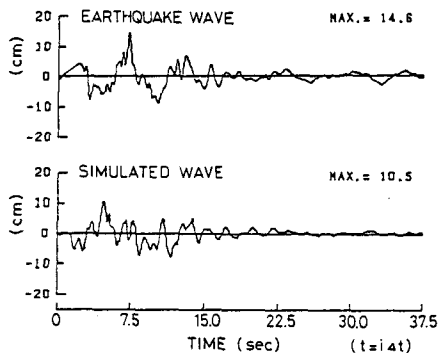


図-4 実地震波と模擬地震波