

京都大学防災研究所 正員 清野純史

京都大学防災研究所 正員 土岐憲三

京都大学防災研究所 正員 佐藤忠信

1. まえがき 本研究の目的は、爆破地震学の分野で開発されたデコンボリューション手法を応用することにより、任意の基本波形とそれを適当に重ね合わせた波形が与えられた時に、カルマンフィルターを用いてその重ね合せ時刻を決定することである。

爆破地震学の分野で得られる地震記録は、震源から発せられた波が層構造を持つ地盤のインピーダンスの変化に応じて境界で反射・屈折を繰り返す、それが地表で記録されたものである。したがって、地表で得られた記録は境界面での反射係数を用いて反射波の重ね合せで表わすことができる。デコンボリューション問題は、得られた記録から逆に反射係数と反射波を分離する問題である。これは、あるシステムにインパルスの時系列を入力した時に得られる波形から、インパルス時系列とシステムの応答関数を分離する問題と同じである。この問題の解析に関しては Wiener 以来、多くの研究がウィナーフィルターを用いて行なわれた。その後、Bayless and Brigham¹⁾ が初めてこの問題にカルマンフィルターを導入した。カルマンフィルターはウィナーフィルターに比べて制約される仮定が少なく、また時間領域で直接取扱えるため、以後この問題に対していくつかの応用が行われた。²⁾³⁾⁴⁾

本研究では、このうち Crump³⁾ が爆破地震学の分野で用いた方法を基にして、これにさらに数値的安定性を保証する UD 分解フィルター⁵⁾を導入し、任意波形においてもその入力時刻を正確に捕えられるようなアルゴリズムを作成した。

2. システムの構成とカルマンフィルターアルゴリズム システムのインパルス応答関数を $h(i)$ 、インパルス列を $r(j)$ とすると、出力 $y(k)$ は次式のように表せる。

$$y(k) = \sum_{j=0}^k r(j) \cdot h(k-j) \quad (1)$$

システムが、例えば線形 1 自由度系というように既知である場合には、そのシステムに対応する応答関数 $h(i)$ と観測波形 $y(k)$ から、入力したインパルス $r(j)$ を求めるのは容易であるが、任意波形をいくつか重ね合わせたものからその入力時刻を推定することはシステム関数のモデル化が難しいため困難である。しかしながら、カルマンフィルターを用いると、 $h(j)$ に任意形状の波形を与えても観測波形からその入力時刻がわかる。以下に簡単にその概要を述べる。

まず、次式に示す離散時間線形確率システムを考える。

$$x_{k+1} = \Phi(k+1|k)x_k + \Gamma(k)w_{k+1}, \quad y_k = M(k)x_k + v_{k+1} \quad (2)$$

$$E(w_k) = 0, \quad E(v_k) = 0, \quad E(w_k w_l^T) = Q(k) \delta_{kl}, \quad E(v_k v_l^T) = R(k) \delta_{kl} \quad (3)$$

ここで、 x_k は離散時刻 $k\Delta t$ が $k = 0, 1, 2, \dots$ と進んだ時の時点 k における n 次元状態ベクトルである。同様に、 y_k は p 次元観測ベクトル、 w_k 、 v_k は m および p 次元ガウス白色雑音ベクトル、 Φ は $n \times n$ の状態遷移マトリクス、 Γ は $n \times m$ のシステムノイズ係数マトリクス、 M は $p \times n$ の観測マトリクスである。また、 Q 、 R はそれぞれシステムノイズ共分散マトリクス、観測ノイズ共分散マトリクスである。このシステムに対するカルマンフィルターは表-1 の①～⑦によって与えられる。本研究では表中のステップ④～⑥において P の対称性や非負定値性を常に維持できるように UD 分解フィルターを導入し、観測値の更新を行った。

3. 解析方法 状態ベクトル x_k としては、式(1)における $r(k-j)$ ($j=0, 1, 2, \dots, L-1$) を次式のように与えた。

$$x(k) = (r(k) \ r(k-1) \ r(k-2) \ \dots \ r(k-L) \ r(k-L+1))^T \quad (4)$$

ここに、 L はシステムとして与える波形のサンプル数、 $r(k)$ は時刻 $k\Delta t$ における大きさ 1 のインパルスを表すものとする。ここで、この $r(k)$ は実際にはいつ発生しているかわからないので、すべてのタイムステ

ップで発生させる。これをカルマンフィルターの観測更新アルゴリズムにしたがって、真のインパルスのみを選び出してゆく方法をとる。時間更新アルゴリズムについては、次式のように $r(k+1)$ と $r(k)$ の関係が自己帰帰モデルで表現できるとする。

$$r(k+1) = \sum_{j=1}^L b_j(k) r(k) + v(k) \quad (5)$$

ただし、 $b_j(k)$ については $r(k+1)$ が1になるように式(4)のベクトル $x(k)$ の成分 $r(k-j)$ の比にしたがって重み付けをした。

$h(t)$ として任意に作成したサンプル波形(継続時間2秒)を、0, 1, 3, 4, 4.5, 5, 6秒の所で重ね合わせる。これを観測量としてカルマンフィルターアルゴリズムを実行する。システムの関数として与えたサンプル波形は CASE1~CASE3 でそれぞれ $\Delta t=0.10$ 秒, $L=20$ 個、 $\Delta t=0.02$ 秒, $L=100$ 個、 $\Delta t=0.01$ 秒, $L=200$ 個の3種類である。こうして得られた結果を示したものが図-1(a),(b),(c)である。

4.結果と考察 Δt が小さくなればなる程 (L が大きい程) 同定の精度は向上する。CASE1 でも大まかではあるが7つの入力時刻は判断できる。 $r(k)$ はアルゴリズムの中で計 L 回フィルタリングされるのであるが、CASE1~CASE3 の結果を見てわかるように継続時間2秒の場合、 L が 100~200 で十分真値へ向って更新されると思われる。応用例としては、本震・余震の実地震記録から想定した断層面での余震の生起時刻を求め断層の破壊過程を推定することなどである。

参考文献 1) J.W.BAYLESS & E.O.BRIGHAM: Geophys., Vol.35, 1970. 2) N.OTT & H.G.MEDER: Geophys. Prosp., vol.20, 1972. 3) N.D.CRUMP: Geophys., vol.39, 1974. 4) J.M.MENDEL: IEEE Trans. Automat. Contr., vol.AC-22, 1977. 5) 片山 徹: 応用カルマンフィルター、朝倉書店、1983.

表-1 カルマンフィルターアルゴリズム

- ①初期値の設定
 $\hat{x}(k|k), P(k|k)$
- ②状態ベクトルの推定値の計算
 $\hat{x}(k+1|k) = \Phi(k+1|k) \hat{x}(k|k)$
- ③推定誤差共分散マトリクス P の計算
 $P(k+1|k) = \Phi(k+1|k) P(k|k) \Phi^T(k+1|k) + \Gamma(k) Q(k+1) \Gamma^T(k+1|k)$
- ④カルマンゲインマトリクス K の計算
 $K(k+1) = P(k+1|k) M^T(k+1) [M(k+1) P(k+1|k) M^T(k+1) + R(k+1)]^{-1}$
- ⑤観測値 y_{k+1} の取り入れ
 $\hat{x}(k+1|k+1) = \hat{x}(k+1|k) + K(k+1) [y_{k+1} - M(k+1) \hat{x}(k+1|k)]$
- ⑥新たな誤差共分散マトリクスの計算
 $P(k+1|k+1) = [I - K(k+1) M(k+1)] P(k+1|k) [I - K(k+1) M(k+1)]^T + K(k+1) R(k+1) K^T(k+1)$
- ⑦ $k=k+1$ としてステップ②に戻る。

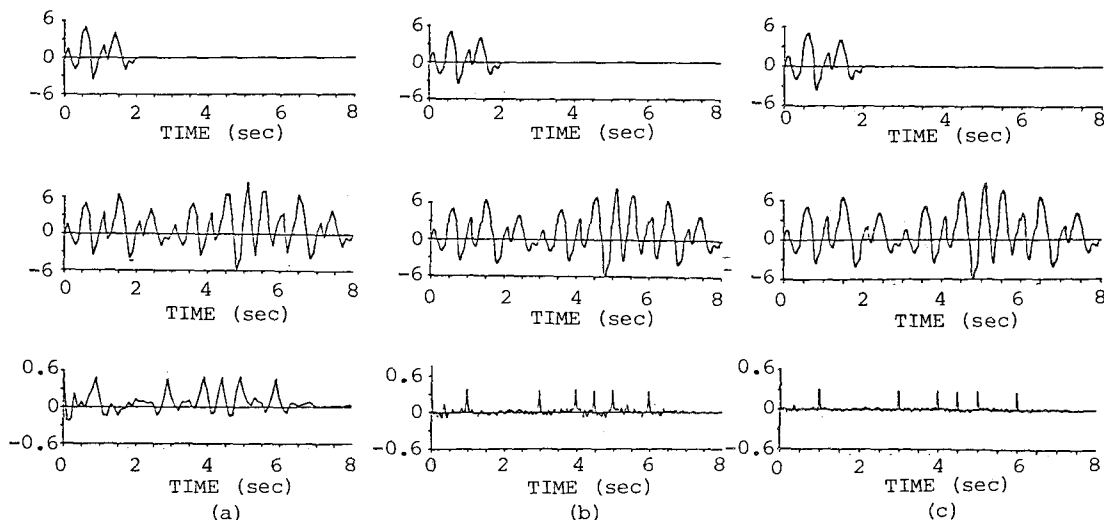


図-1 上段: サンプル波、中段: 重ね合せた波形、下段: デコンボリューションで得られた入力時刻
(a) $\Delta t=0.10$ 秒, $L=20$ 個 (b) $\Delta t=0.02$ 秒, $L=100$ 個 (c) $\Delta t=0.01$ 秒, $L=200$ 個