I-386　　複素固有値問題による橋梁－車両連成地震応答系の解析

日本鋼管　正会員○家入龍太
京都大学工学部　正会員　亀田弘行

1.　はじめに

一部の長大橋梁を除き，一般の道路橋における設計地震動には活荷重の影響は考慮されていないが，[1] 交通車両の重量化や交通渋滞の慢性化により，一般橋梁においてもその地震時挙動に対する活荷重の影響を検討すべきであろうと考えられる。地震荷重に対する活荷重の影響としては死荷重を増大させる効果（地震荷重増大）と動的制耐効果（地震荷重減少）の２通りが考えられ，問題は単純ではない。本研究はこうした問題の基礎的検討を行ったもので，橋梁・車両を簡単な連成多自由度系として扱い，動的解析を行った。

2.　橋梁・車両系の解析モデル

本研究では橋軸直角方向のロッキング振動のみに着目して，橋梁１スパン分を１自由度（ＳＤＯＦ）の逆さ振子としてモデル化した。各車両は①ＳＤＯＦの振子としてモデル化した時（動的車両を載荷），②単なる死荷重の増加として扱った時（剛体車両を載荷），③不載荷の時（橋梁のみ）の３通りの場合を想定した。図－１にその概念図を示す。②及び③の場合では橋梁・車両全体が１自由度となる。①の場合では車両の台数をＮ台とし，橋梁を主システム，車両をそれぞれ副システムと考えるとＳＤＯＦ（主）／Ｎ×ＳＤＯＦ（副）なるＮ＋１自由度モデルとなる。なお交通の渋滞時に地震が来襲した場合を考えて各車両は静止しているものとする。

3.　Non-classical damping のモーダル・アナリシス

多自由度系の動的解析において減衰の扱い方にはclassical damping とnon-classical damping の２通りがあり，実数領域で解析が行なえるという利点から前者が仮定される場合が多い。しかし本研究のように全体系を構成する材質が鉄，コンクリート，土など多岐にわたっている場合にはnon-classical damping としての性質が強くなるので，それに適した解析法を用いるべきである。多自由度系（ｎ自由度）の地震応答の運動方程式は一般に

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = -\ddot{x}_g\{R\} \quad \cdots (1)$$

ここに [M],[C],[K]は質量，減衰，剛性マトリックス，$\ddot{x}_g(t)$ は地盤の加速度，$\{x(t)\}$ は変位ベクトル，$\{R\}$ は構造物の特性から決まるベクトルである。式(1)から新しく

$$[A]\{\dot{y}(t)\} + [B]\{y(t)\} = \{F(t)\} \quad \cdots (2)$$

ここに

$$\left.\begin{array}{l} [A] = \left[\begin{array}{c|c} [0] & [M] \\ \hline [M] & [C] \end{array}\right], \quad [B] = \left[\begin{array}{c|c} -[M] & [0] \\ \hline [0] & [K] \end{array}\right] \\ \{y(t)\} = \left\{\begin{array}{c} \{\dot{x}(t)\} \\ \hline \{x(t)\} \end{array}\right\}, \quad \{F(t)\} = \left\{\begin{array}{c} \{0\} \\ \hline -\ddot{x}_g\{R\} \end{array}\right\} \end{array}\right\} \quad \cdots (3)$$

複素モーダル・マトリックスは式(2) の右辺={0}とおいて求められた2n個の複素固有モードを縦に並べることにより求められるが，その内訳はｎ個のベクトルに対しｎ個の共役複素数のベクトルからなるようにスケーリングされる。すなわちSiを複素固有振動数として，

$$[\hat{\Phi}] = \left[\begin{array}{c|c} s_1\{\phi\}_1, \cdots, s_n\{\phi\}_n & \bar{s}_1\{\bar{\phi}\}_1, \cdots, \bar{s}_n\{\bar{\phi}\}_n \\ \hline \{\phi\}_1, \cdots, \{\phi\}_n & \{\bar{\phi}\}_1, \cdots, \{\bar{\phi}\}_n \end{array}\right] \quad \cdots (4)$$

式(2) の左側から$[\hat{\Phi}]^T$，[A]及び[B] の右側に$[\hat{\Phi}][\hat{\Phi}]^{-1}$=[1] を挿入すると各マトリックスは対角化されて次式を得る。

$$[A_p]\{\dot{y}_p(t)\} + [B_p]\{y(t)\} = -\ddot{x}_g(t)\{\varepsilon\} \quad \cdots (5)$$

$$\{\varepsilon\} = [\hat{\Phi}]^T \left\{\begin{array}{c} \{0\} \\ \{R\} \end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{c} \{\eta\} \\ \{\bar{\eta}\} \end{array}\right\} \quad \cdots (6)$$

式（6） でε_iとε_{n+i}なる一対の共役複素数はnon-classical damping におけるｉ次モードの「刺激係数」という意味を持つ。式(5) より$\{y_p(t)\}$を求め，

$$\{y(t)\} = [\hat{\Phi}]\{y_p(t)\} \quad \cdots (7)$$

より実際の変位，速度が求められる。

4.摂動法による複素固有値問題の解

Igusa,Der-Kiureghian[2] は本研究のように主システム(=橋) と副システム(=車両) からなる多自由度系の固有モード形　と固有振動数　を摂動法によって求める手法を開発した。車両が橋と共振している時(Tuned) とそうでない時(Detuned) の場合では少し手順が異なるが後者の場合にこの手法を適用した結果は次のようにになる。

$$\{\phi\}_i = \left\{\begin{array}{c} f_1(\omega)f_i(\omega) \,/\, g_1(\omega)G_i(\omega) \\ 1 \\ f_N(\omega)f_i(\omega) \,/\, g_N(\omega)G_i(\omega) \\ \hline -f_i(\omega)/G_i(\omega) \end{array}\right\}\begin{array}{l} \\ \leftarrow i\text{番目} \\ \\ \\ \end{array}\Bigg|_{\omega=\omega_i^*} \quad \cdots (8)$$

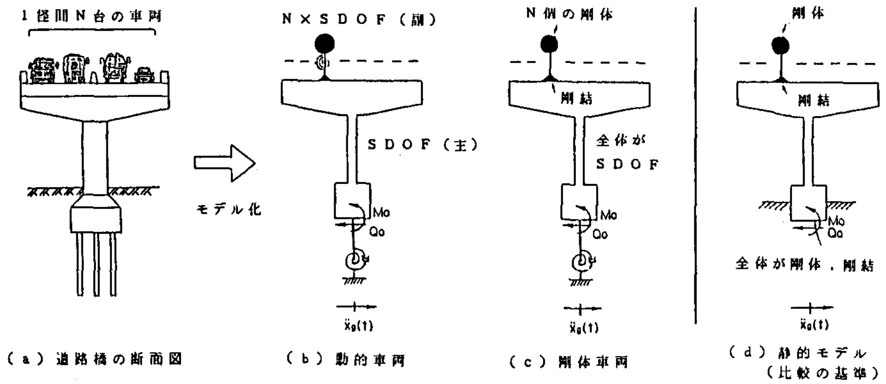
ここにω_i^*は複素固有振動数の摂動解，$f_i(\omega), g_i(\omega), G(\omega)$は複素関数である。この方法により固有値問題の解がclosed-formで求められる。

5. 活荷重の動的効果

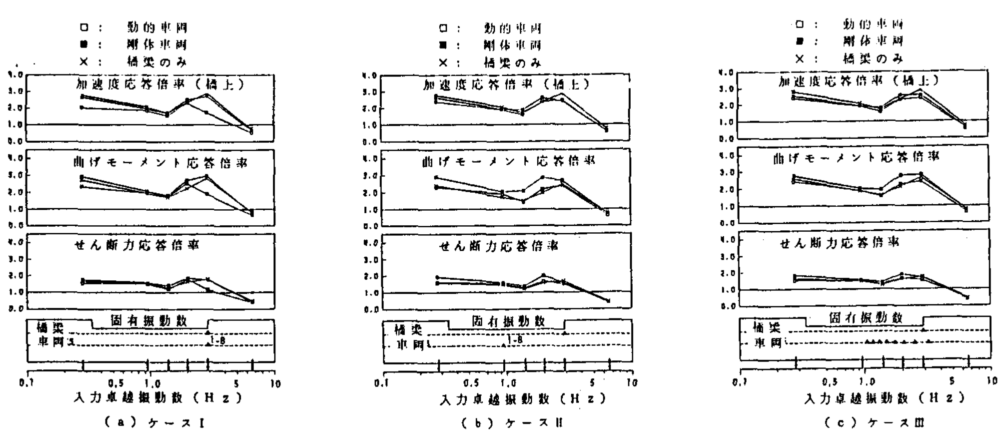
入力地震動として異なる卓越振動数を有する６個の強震記録を用い，橋上の加速度，橋脚下端でのせん断力と曲げモーメントの最大値を上記①～③の各場合について求め，静的モデル（図－１(d)）（橋梁・車両・地盤を剛結したもの）に対する値との倍率をプロットしたものを図－２に示す。この図よりわかる事を列挙すると(a) 車両の動的特性を考慮した時としない時では前者の方が各応答値が低い，(b)車両の動的特性を考慮した時のせん断力・曲げモーメントの値は不載荷の時とさほど変らない，などである。また図は載せていないが (c)全車両が同じ振動数をもち，地震の卓越振動数と近いときには動的を考慮した時，しない時の差は小さくなる，(d)橋梁，車両，地震がすべて共振するという一見最も危険と思われる時でも各応答値は死荷重増加とした時と同程度であった。

6. 結論

本研究での基礎的検討から，道路橋の地震荷重に対して，交通車両の動的特性はダイナミックダンパーとして作用する傾向が強いことがわかった。従って，地震荷重に活荷重の影響を考慮するとしても，100%死荷重の増加と考えると過大設計になると考えられ，そのうち何割かを差引いた「有効質量」分だけ増加と考えるのが妥当であろう。その評価法についてさらに詳細な検討を進める計画である。



図－１　力学モデル



図－２　道路橋の地震荷重に対する活荷重の動的効果

参考文献

1)日本道路協会：道路橋示方書・同解説Ｖ，昭55.5.

2)T.Igusa, A.Der Kiureghian, "Dynamic Analysis of Multiply Tuned and Arbitrarily Supported Secondary Systems," UCB/EERC-83/07, 1983.