I-385　サブストラクチャー消去法による埋設剛基礎の動的解析

清水建設(株)大崎研究室　正会員　川瀬　博

1. はじめに

構造物と地盤の動的相互作用効果を把握するためには、基礎のインピーダンスとドライビングフォースを適確に評価することが必要である。最近その評価に際して、半無限性を表現しやすい境界要素法の適用が盛んに行われるようになってきた[1)2)]。しかし、地表面上剛基礎の場合はGreen関数が比較的簡単なので、容易に求めることができるのに対して、埋設剛基礎の場合にはGreen関数の評価に多大な労力を要し、特に3次元場においては著しい。

そこで本報告では、地表面上の力ー変位関係式と全無限体のそれから半無限埋込部分の力ー変位関係式を求めるサブストラクチャー消去法(Substructure Elimination Technique : SET)の定式化について述べ、若干の計算例を示す。

2. サブストラクチャー消去法(SET)

図1に示すように2つのサブストラクチャーを考える。従来のサブストラクチャー法は、(c)に示した埋込部分に(a)のI領域をつけ加える結合型のものであったが、消去法の場合には、(b)に示すII領域からI領域を差し引くことにより、(c)の埋込部分の力-変位関係式を求めるものである。

まず、BEMの基礎式はマトリクス形で

$$\mathbf{H}\cdot\mathbf{u} = \mathbf{G}\cdot\mathbf{q} \tag{1}$$

と表わされる。これを解いて表面力-変位関係式は

$$\mathbf{q} = \mathbf{G}^{-1}\cdot\mathbf{H}\cdot\mathbf{u} \tag{2}$$

となる。$\mathbf{q}$は境界要素の表面力ベクトルなので、等価節点力ベクトル$\mathbf{p}$への変換マトリクス$\mathbf{A}$を用いて、等価節点力-変位関係式が

$$\mathbf{p} = \mathbf{A}\cdot\mathbf{G}^{-1}\cdot\mathbf{H}\cdot\mathbf{u} = \mathbf{K}\cdot\mathbf{u} \tag{3}$$

のように、剛性マトリクス$\mathbf{K}$によって表現される。

ここでI領域の自由度を∂_sに属するもの(n_s自由度)と∂_eに属するもの(n_e自由度)にわけて(3)式を表示すると、

$$\begin{aligned} \mathbf{p_s}^{\mathrm{I}} &= \mathbf{K_{ss}}^{\mathrm{I}}\cdot\mathbf{u_s}^{\mathrm{I}} + \mathbf{K_{se}}^{\mathrm{I}}\cdot\mathbf{u_e}^{\mathrm{I}} \\ \mathbf{p_e}^{\mathrm{I}} &= \mathbf{K_{es}}^{\mathrm{I}}\cdot\mathbf{u_s}^{\mathrm{I}} + \mathbf{K_{ee}}^{\mathrm{I}}\cdot\mathbf{u_e}^{\mathrm{I}} \end{aligned} \tag{4}$$

となる。一方、II領域については、

$$\mathbf{p_s}^{\mathrm{II}} = \mathbf{K_{ss}}^{\mathrm{II}}\cdot\mathbf{u_s}^{\mathrm{II}} \tag{5}$$

ここで∂_s上での変位の連続条件と力の釣合い条件

$$\mathbf{u_s}^{\mathrm{I}} = \mathbf{u_s}^{\mathrm{II}},\ \mathbf{p_s}^{\mathrm{I}} = \mathbf{p_s}^{\mathrm{II}} \tag{6}$$

を考慮して(4)(5)式を連立させて解く。即ち、

$$\begin{aligned} &\mathbf{K_{ss}}^{\mathrm{I}}\cdot\mathbf{u_s}^{\mathrm{I}} + \mathbf{K_{se}}^{\mathrm{I}}\cdot\mathbf{u_e}^{\mathrm{I}} - \mathbf{K_{ss}}^{\mathrm{II}}\cdot\mathbf{u_s}^{\mathrm{II}} \\ &\qquad = \mathbf{p_s}^{\mathrm{I}} - \mathbf{p_s}^{\mathrm{II}} = \mathbf{0} \end{aligned} \tag{7}$$

$$\therefore\ \mathbf{u_s}^{\mathrm{I}} = -(\mathbf{K_{ss}}^{\mathrm{I}} - \mathbf{K_{ss}}^{\mathrm{II}})^{-1}\cdot\mathbf{K_{se}}^{\mathrm{I}}\cdot\mathbf{u_e}^{\mathrm{I}} \tag{8}$$

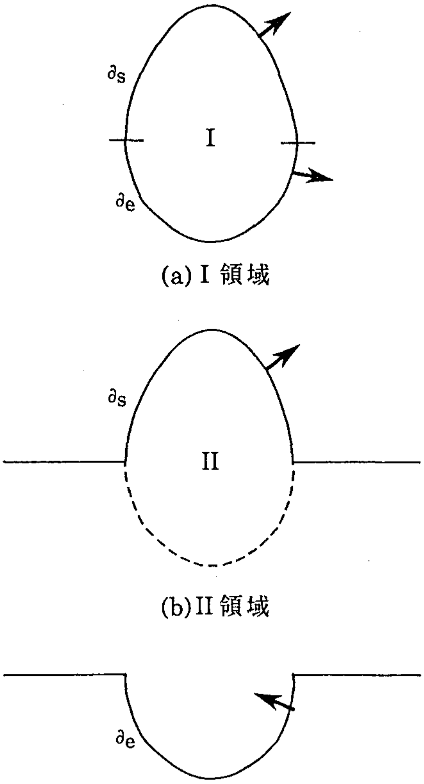

図1 サブストラクチャー消去法の概念

よって∂_e部分の力-変位関係式は

$$p_e{}^{I} = [-K_{es}{}^{I}\cdot(K_{ss}{}^{I}-K_{ss}{}^{II})^{-1}\cdot K_{se}{}^{I} + K_{ee}{}^{I}]\cdot u_e{}^{I} \qquad (9)$$

最後に、求めるべき埋込部分の節点力ベクトルp_eと変位ベクトルu_eの関係式

$$p_e = K_{ee}\cdot u_e \qquad (10)$$

は、次の変位の連続条件と力の釣合い条件

$$u_e = u_e{}^{I}\ ,\ p_e = -p_e{}^{I} \qquad (11)$$

を(9)式に代入することにより得られる。即ち、

$$K_{ee} = K_{es}{}^{I}\cdot(K_{ss}{}^{I}-K_{ss}{}^{II})^{-1}\cdot K_{se}{}^{I} - K_{ee}{}^{I} \qquad (12)$$

本手法において、∂_sを地表面にとることにより、Hマトリクスの計算が省略でき、Gマトリクスの計算もかなり簡単となるので、特に3次元問題では有効である。なお、解の存在と唯一性の条件から、自由度n_sとn_eは等しくとらねばならない[3]。しかしこの要請は、FEMの場合と異なり、BEMでは容易に実現できる。

(12)式より、剛基礎のインピーダンスI_eは、剛体条件マトリクスT_eを用いて

$$I_e = T_e{}^{T}\cdot K_{ee}\cdot T_e \qquad (13)$$

により得られる。ここでT_eは、基礎変位ベクトルU_eと埋込部分の要素変位ベクトルu_e以下のように結ぶ。

$$u_e = T_e\cdot U_e \qquad (13)$$

3. 数値計算例

手法の妥当性を検証するために、最も簡単な2次元SH波場に対してSETを適用する。図2(a)(b)に示したものは、長方形の埋設剛基礎の無次元インピーダンス(剛性および等価粘性減衰定数)である。剛性はReal$(I_e)/\mu B$を、等価粘性減衰定数はImag.$(I_e)/\mu B a_0$を意味している。横軸は無次元振動数$a_0=\omega B/V_s$で、埋込深さHは基礎半幅Bの0.5倍および1.0倍とした。シンボル(○)で示したものがSETによる結果であり、実線および点線が直接法BEMによる結果(鏡像ソース重合解を用いたもの)である。点線で示した直接法およびSETは要素数8としている。実線は要素数40の場合でほぼ正解値と考えられる。全体的にSETは実線とよく一致しているといえる。特に直接法BEMの要素数8の場合では、例えば埋込深さH=1.0Bのときには$a_0=\pi/\sqrt{2}\simeq 2.221$付近において内部固有値のために解がかなり乱れているのに対して、SETによるものは滑らかな値となっている。いずれの場合も剛性に比べて減衰定数の方が精度がよい。

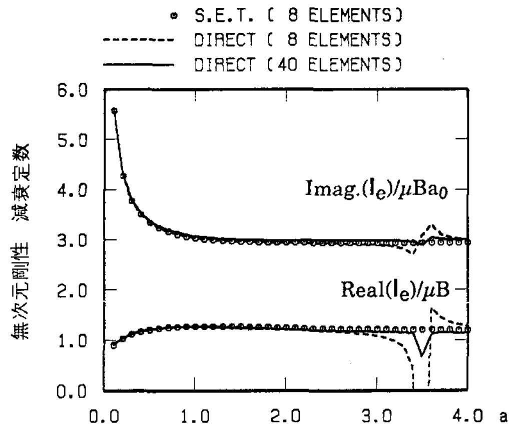

図2(a) 埋設剛基礎のインピーダンス (H/B=0.5)

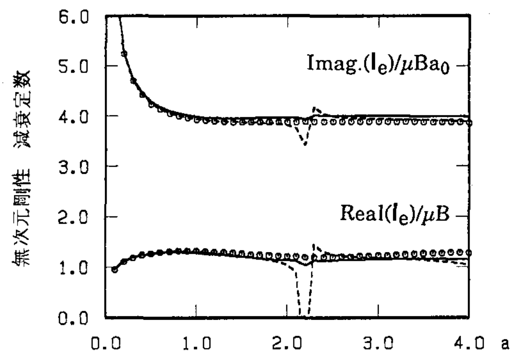

図2(b) 埋設剛基礎のインピーダンス (H/B=1.0)

4. まとめ

BEMにサブストラクチャー消去法(SET)を適用することにより、埋設剛基礎のインピーダンスが容易に求められることを示した。2次元場では直接法BEMと比較してメリットは大きくないが、3次元場では半無限地中点加振解の評価にかかる計算時間が莫大なものとなるので、地表面点加振解と全無限解の評価ですむSETは非常に有用な手法であると考える。

参考文献

1) 川瀬他(1981),"境界要素法による複数基礎ー地盤系の動的相互作用解析",第31回応力連合講演会, 145-146

2) 川瀬他(1984),"境界要素法による地表面剛基礎の相互連成系解析",清水建設研究報告, Vol.39, 11-21

3) Dasgupta, G. (1979), "Wellposedness of Substructure Deletion Formulations", Proc. 16th Midwestern Me-chanics Conference, Vol.10, Manhattan, Kan.