I-378　減衰バネー質量系モデルにより衝撃された平面骨組構造物の動的応答解析

岩手大学工学部　学生員　○秋庭　司
岩手大学工学部　正会員　岩崎　正二
日本大学生産工学部　正会員　能町　純雄

1．まえがき

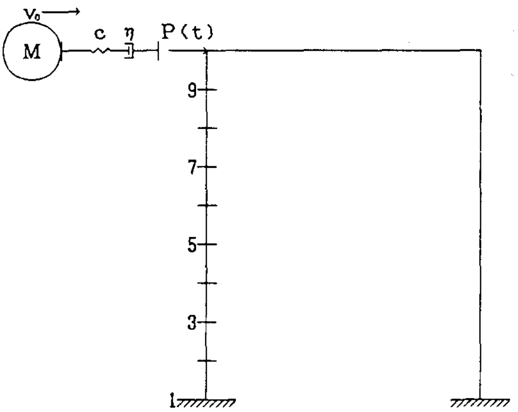
衝撃力を受ける構造物の過渡応答問題は、工学上興味ある問題で古くから研究がなされている。　最近では、ロックシェッドの落石衝撃力を求める問題、橋脚・ガードフェンス等への自動車の衝突問題、海洋構造物への船舶等の衝突問題、原子力施設・電力施設における事故時に発生する内外飛来物体に対する耐衝撃性の問題など土木の分野でも衝撃力に対する安全性の検討が行われるようになってきた。　本報告では、任意の平面骨組構造物に減衰バネー質量系モデルが衝突する場合構造物がどのような初期挙動を示すかを、有限要素法の手法により明らかにしようとしたものである。

2．解析理論

図－Iのような平面骨組構造物の任意点に減衰バネー質量系モデルが初速度v_0で衝突する問題を考える。　ただし、減衰バネモデルとしては、マックスウェル体モデルを用いる。　ノーマル・モード法により衝撃点での変位を誘導する。ティモシェンコ梁要素を重ね合わせて衝撃力$\{Q(t)\}$を受ける平面骨組構造全体の運動方程式を組み立てると次式で表わされる。

$$[M]\{\ddot{w}\}+[K]\{w\}=\{Q(t)\} \quad \text{①}$$

ここで、$[M]$：質量マトリックス（n行n列）、$[K]$：剛性マトリックス（n行n列）、$\{w\}$：節点変位ベクトル、またドットは時間に関する微分を表わす。



図－I

式①の解を固有ベクトルからなるマトリックス$[V]$と一般化座標$\{z\}$で表わすと次式のようになる。

$$\{w\}=[V]\{z\} \quad \text{②}$$

式②を式①に代入し、$[V]^T$を左側から乗じると、直交関係よりn個の非連成運動方程式が得られる。

$$M_r^*\ddot{z}_r+K_r^*z_r=P_r^*(t) \quad (r=1,2,\cdots\cdots,n) \quad \text{③}$$

ここで、$M_r^*=\{V_r\}^T[M]\{V_r\}$、$K_r^*=\{V_r\}^T[K]\{V_r\}$、$P_r^*=\{V_r\}^T\{Q(t)\}$、$\{V_r\}$はマトリックス$[V]$のr番目の固有ベクトルを表わす。　今、j点に衝撃力$P(t)$が部材に垂直に作用する場合、$z_r(0)=\dot{z}_r(0)=0$の初期条件で式③を解くと下式のようになる。

$$z_r(t)=\frac{1}{M_r^*n_r}\int_0^t V_{jr}P(\tau)\sin n_r(t-\tau)\,d\tau \quad \text{④}$$

ただし、$n_r=\sqrt{K_r^*/M_r^*}$は固有値を表わし、V_{jr}はマトリックス$[V]$のj行r列要素を表わしている。　従って、式②におけるS番目の点の変位は次式のようになる。

$$w_s(t)=\sum_{r=1}^{n}\frac{V_{sr}}{M_r^*n_r}\int_0^t V_{jr}P(\tau)\sin n_r(t-\tau)\,d\tau \quad (s=1,2,\cdots\cdots,n) \quad \text{⑤}$$

衝撃点での変位w_jは、

$$w_j(t)=\sum_{r=1}^{n}\frac{V_{jr}^2}{M_r^*n_r}\int_0^t P(\tau)\sin n_r(t-\tau)\,d\tau \quad \text{⑥}$$

次に、質量の重心の変位をw_mとすると、質量の運動方程式は、

$$M\ddot{w}_m(t)=-P(t) \quad \text{⑦}$$

式⑦を$w_m(0)=0$、$\dot{w}_m(0)=v_0$の初期条件のもとで解くと、

$$w_m(t)=v_0t-\frac{1}{M}\int_0^t P(\tau)(t-\tau)\,d\tau \quad \text{⑧}$$

一方、マックスウェル体の変位$w_d(t)$と$P(t)$の関係は、

$$w_d(t)=\frac{1}{c}P(t)+\frac{1}{\eta}\int_0^t P(\tau)\,d\tau \quad \text{⑨}$$

ここで、cはバネ係数、ηは粘性係数を表わす。

また、マックスウェル体モデルの変位w_dは質量の変位w_mと衝撃点における構造物の変位w_jとの差に等しいから、

$$w_d(t)=w_m(t)-w_j(t) \qquad ⑩$$

式⑥、⑧、⑨を式⑩に代入すると、減衰バネ－質量系が衝突した場合に発生する衝撃力Pを定める第2種ボルテラ型の積分方程式が得られる。

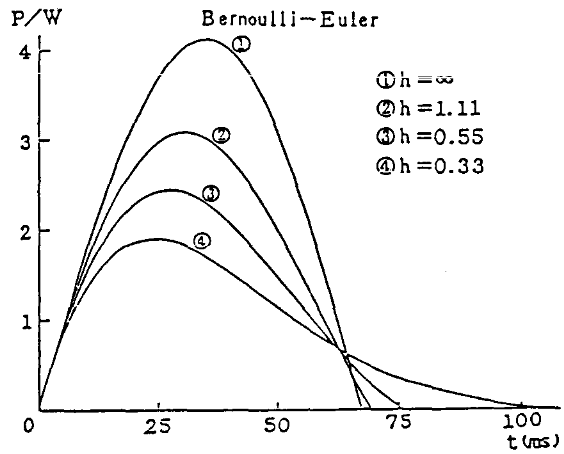
$$\frac{1}{c}P(t)+\frac{1}{\eta}\int_0^t P(\tau)\,d\tau+\frac{1}{M}\int_0^t P(\tau)(t-\tau)\,d\tau+\sum_{r=1}^{n}\frac{V_{jr}^2}{M_r^* n_r}\int_0^t P(\tau)\sin n_r(t-\tau)\,d\tau=v_0 t \qquad ⑪$$

次に、簡略理論として減衰バネ－質量系が平面に衝突する場合を考え、このときは、式⑪の左辺第4項を省略した式をラプラス変換を使って解くと次式のようになる。

$$P(t)=\begin{cases}\dfrac{v_0 c}{\sqrt{\omega^2-b^2}}e^{-bt}\sin\sqrt{\omega^2-b^2}\,t & (\omega^2>b^2)\\ v_0 c\,t\,e^{-bt} & (\omega^2=b^2)\\ \dfrac{v_0 c}{\sqrt{b^2-\omega^2}}e^{-bt}\sinh\sqrt{b^2-\omega^2}\,t & (\omega^2<b^2)\end{cases} \qquad ⑫$$

ここで、$\omega^2=c/M$、$b=c/2\eta$である。

通常は、式⑫の第1式を使用する。ただし、衝撃力Pが負になったところで衝撃は終ったものとし、P＝0とおいて得られた時間tを衝撃の終了時間とする。また、Pの式を時間に関して1回微分して得られる式を0とおいて解くと最大衝撃力を与える時間を知ることができる。



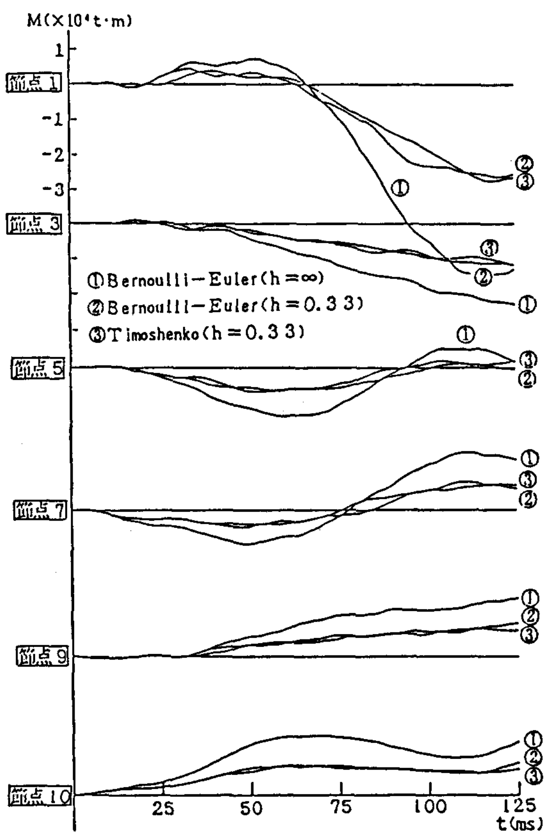
図－Ⅱ

3．数値計算例

数値計算例はコンクリート門型ラーメンの水平材に減衰バネ－質量系が水平に衝突する問題を取扱った。なお計算にあたっては以下のような数値を用いた。

衝撃速度	：	$v_0=1$ (m/sec)
柱材の高さ	：	H＝45 (m)
水平材の長さ	：	L＝30 (m)
物体の重量	：	W＝1000 (t)
梁のヤング率	：	$E=2.1\times10^6$ (t/m^2)
減衰定数	：	①h＝∞　，②h＝1.11
$h=\eta/2\sqrt{cM}$		③h＝0.55，④h＝0.33

ラーメンの分割数は24分割とし、数値積分に際しての時間の刻みは500μsecとした。図－Ⅱはラーメンの衝撃点でのP／Wの時間的な変化を、減衰定数をパラメータとして表わしたものであり、図－Ⅲは節点1，3，5，7，9，10でのモーメントの時間的応答を表わしたものである。



図－Ⅲ

参考文献

1）青柳史郎、　構造物における衝撃現象の数値解析、土木学会論文報告集第206号、1972年10月

2）岩崎正二、能町純雄、　鋼球により衝撃されたラーメン構造物の動的応答解析について、第39回土木学会全国大会年次学術講演会講演概要集、1984年10月