

清水建設(株) 大崎研究室 正員 ○ 吉村 隆
 同 同 正員 奥村 俊彦
 同 同 正員 竹脇 尚信

1. はじめに

近年、構造物の大型化・問題の複雑化に伴い、3次元動的FEM解析等、大自由度の動的問題を解く必要が生じている。一方、計算機のハードウェアは目覚ましい進歩を遂げてはいるものの、現状では上述のような問題を解く場合、計算機の容量や計算時間という点で容易とは言い難い。そこで、精度を損なわない範囲で自由度を縮合し、解析することが考えられる。本報では、2次元FEMモデルについて、Ritzベクトルを用いた自由度の縮合¹⁾を行い、その適用性を固有値解析と応答解析の両面から検討した。

2. 固有値解析

まず、固有値解析について、Ritzベクトルによる縮合の有用性を、静的縮合であるGuyanの方法²⁾と比較することにより検討する。解析の対象としてはアースダムを考え、対称条件を利用して図-1のように6節点の3角形要素でモデル化した。総自由度は56である。このモデルに対して、表-1に示す5ケースの固有値解析を行った。Ritzベクトルの算定は、Wilsonら³⁾によって提案されている方法を用いた。また、Guyanの方法では、マスターノードを図-2のように選んだ。

表-2には、固有値解析により得られた固有周期を10次まで示す。Ritzベクトルによる縮合では15自由度で10次、10自由度で7次程度まで、かなりよい精度で求まっているのに対し、Guyanの方法を用いた結果では1次からずれを生じており、精度の上からはRitzベクトルによる方法が優れている。また、縮合に際して、WilsonのRitzベクトルによる方法では次数さえ指定すれば一義的に実行されるのに対し、Guyanの方法では、同じ自由度であってもマスター

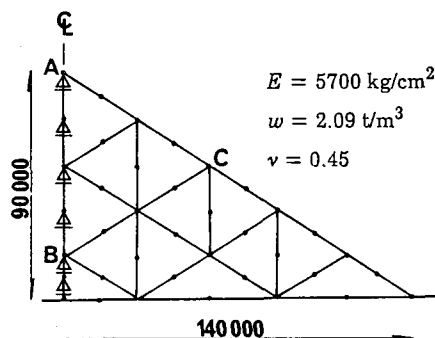


図-1 解析モデル

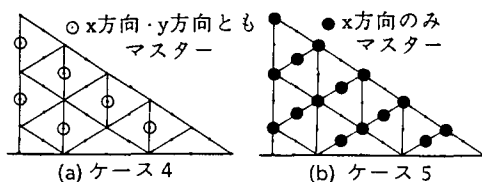


図-2 Guyanの方法におけるマスターノード

表-1 固有値解析ケース

ケース	縮合法	自由度数
1	正解	56
2	Ritz	10
3		15
4	Guyan	10
5		15

表-2 固有周期 (秒)

次数	正解 ケース 1	Ritzによる縮合		Guyanによる縮合	
		ケース 2	ケース 3	ケース 4	ケース 5
1	0.801	0.801	0.801	0.792	0.790
2	0.427	0.427	0.427	0.401	0.379
3	0.338	0.338	0.338	0.316	0.294
4	0.267	0.267	0.267	0.240	0.206
5	0.217	0.216	0.217	0.183	0.193
6	0.208	0.205	0.208	0.166	0.170
7	0.185	0.181	0.185	0.145	0.148
8	0.175	0.139	0.174	0.123	0.122
9	0.149	0.098	0.145	0.112	0.116
10	0.143	0.054	0.138	0.082	0.097

ノードの選び方により結果が異なるため、その選定には注意を要する。この点でもRitzベクトルによる方法が優れていると言えよう。

3. 応答解析

つぎに、表-3に示した3ケースに対して応答解析を行った。減衰は各モードに対して5%を仮定し、El Centro N-S 成分(10秒間)を最大加速度319.4galで入力した。表-4には、節点A・B・Cにおける最大応答加速度値とその発生時刻を示す。応答値の誤差は、Ritzベクトルによるもので4~10%、モード合成法によるもので1~4%であり、モード合成法の方がやや精度が良い。また、Ritzベクトルによるものでは節点Aにおける最大値の発生時刻に差を生じている。

図-3には、節点Aにおける応答加速度波形を示す。Ritzベクトルによる方法では、上述のように応答のピーク値では多少の誤差を生じているものの、位相は一致しており、その精度は実用上十分と言えよう。また、図-4に示した応答のフーリエスペクトルにおいても、高振動数領域で多少の差は見られるものの、ほぼ一致している。以上のことから、Ritzベクトルによる方法では、同じ次数のモード合成法に比べればその精度はやや落ちるが、実用上は十分であると考えられる。

4. まとめ

以上、固有値解析および応答解析を行い、Ritzベクトルによる自由度の縮合方法の有用性を検討した。固有値解析の結果からは、低次において非常に精度が良く、Guyanによる縮合方法に比べてかなり優れていることが明らかとなった。また、10自由度(全体の約18%)に縮合した場合の応答解析結果からも、実用上、その精度が十分満足できるものであることがわかった。ただし、今回の検討では自由度の小さいモデルを用いたが、3次元の大自由度のモデルを解析する場合にはマトリックスのバンド幅は非常に大きくなり、固有値解析における計算量は膨大なものとなることが予想される。しかしながら、Ritzベクトルによる自由度の縮合を用いることにより、モード合成法における固有値解析の計算量を低減することが可能であり、また、その際には縮合率を更に小さくとることができると思われる。

<参考文献>

1) Bath,K.J.,Wilson,E.L.:Numerical Method in Finite Element Analysis, Prentice-Hall Inc.(1976)
2) Guyan,R.J.:Reduction of Stiffness and Mass Matrices, AIAA Journal Vol.3 No.2 (1965)
3) Wilson,E.L.,Yuan,M-W.,Dickens,J.M.:Dynamic Analysis by Direct Superposition of Ritz Vectors, Earth. Eng.Struc.Dynam. Vol.10 pp.813-821 (1982)

表-3 応答解析ケース

ケース	解析手法	自由度数
1	正 解	56
2	モード合成法	10
3	Ritz	10

表-4 最大応答加速度 (gal)

節点	正解 (56自由度)	モード合成法	Ritzによる縮合
A	1158 (2.23)	1204 (2.23)	1280 (2.49)
B	550 (2.72)	557 (2.71)	574 (2.71)
C	796 (2.60)	777 (2.60)	846 (2.60)

()内は発生時刻(秒)

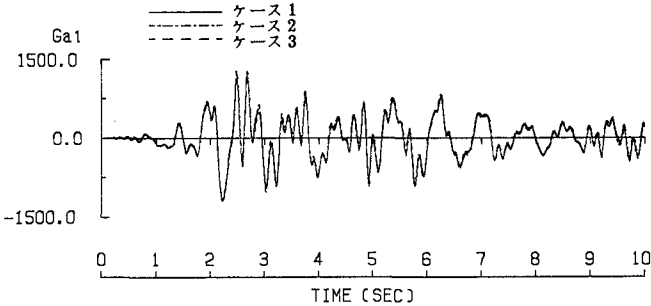


図-3 節点Aにおける応答加速度波形

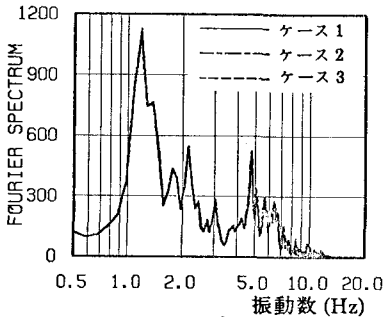


図-4 応答波のフーリエスペクトル