

東海大学海洋学部 学生員 板川 康一
 東海大学海洋学部 学生員 川上哲太郎
 東海大学海洋学部 正 員 北原 道弘

1. 諸言

近年、多くの工学問題解析において、積分方程式法が用いられている。その中でも特に、地震の強い我が国においては、半無限地盤内構造物の地震波に対する動的応答解析への応用が行われている。さらに、境界近似的にアイソパラメトリック要素を導入するなどの種々の工夫を施すことにより、解精度の向上が図られている。また、従来有限区間を打ち切った半無限境界に対して、半無限要素を適用することでも精度の向上が試みられている。

本研究は、上記の工夫を施し、境界形状が複雑な場合に有効である積分方程式法を用いて、半無限地盤中に存在する構造物の動的応答解析を行なったものである。

2. 定式化

Fig. 1に示すような領域を考える。このような外部領域 D_e 、等方・均質な線形弾性体とすると基本式は次のようになる。

$$\mu \Delta \mathbf{u} + (\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot \mathbf{u} + \rho \mathbf{b} = \rho \ddot{\mathbf{u}} \dots (1)$$

ここに、 Δ はLaplacian、 ∇ はGradient、 $\mathbf{u}$ は変位ベクトル

λ, μ はLamé定数である。

また、外部領域 D_e において、散乱波 $\mathbf{u}_s$ は放射条件を満足する。

ここで、時間 t に関するFourier変換を行なうと、(1)式は次のようになる($\mathbf{b} = 0$ とする)。

$$L\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, \omega) = [\mu \Delta \mathbf{I} + (\lambda + \mu) \nabla \nabla] \hat{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, \omega) + \rho \omega^2 \hat{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, \omega) = 0 \dots (2)$$

ここで、 $\mathbf{I}$ は単位テンソルである。また、以後簡単のために、 $\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, \omega)$ の代わりに $\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{x})$ と書くことにする。

この問題に対して本研究では、Greenの公式を用いた直接法により、積分方程式を導く。

ここで、入射波 $\mathbf{u}_i$ が自由表面 ∂D_2 にて反射することから、反射波 $\mathbf{u}_r$ を考慮した定式化を行なう。このとき、全変位 $\mathbf{u}$ 、全表面力 $\mathbf{t}$ は次のように表わされる。

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \mathbf{u}_i + \mathbf{u}_r + \mathbf{u}_s = \mathbf{u}_i' + \mathbf{u}_s \\ \mathbf{t} &= \mathbf{t}_i + \mathbf{t}_r + \mathbf{t}_s = \mathbf{t}_i' + \mathbf{t}_s \end{aligned} \dots (3)$$

このことから、散乱波 $\mathbf{u}_s$ が放射条件を満足し、入射波 $\mathbf{u}_i$ と反射波 $\mathbf{u}_r$ を新たな入射波 $\mathbf{u}_i'$ としたとき、 $\mathbf{u}_i'$ が領域 D_i 内で正則であれば、半無限外部領域に対する次の積分表現を導くことができる。

$\mathbf{u}_s, \mathbf{t}_s$ に対して：

$$\int_{\partial D} \mathbf{T}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \cdot \mathbf{t}_s(\mathbf{y}) dS_y - \int_{\partial D} \mathbf{T}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \cdot \mathbf{u}_s(\mathbf{y}) dS_y = \begin{cases} \mathbf{u}_s(\mathbf{x}) & \mathbf{x} \in D_e \\ 0 & \mathbf{x} \in D_e^c \end{cases} \dots (4)$$

$\partial D = \partial D_1 \cup \partial D_2$

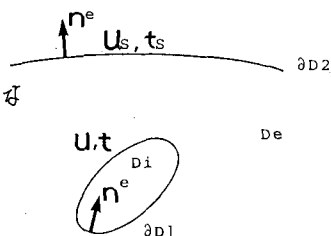


Fig. 1 Semi-infinite exterior domain D_e and interior domain D_i

u_i , t_i に対して:

$$\int_{\partial D_1} T(x, y) \cdot u_i'(y) dS_y - \int_{\partial D_1} U(x, y) \cdot t_i'(y) dS_y = \begin{cases} u_i'(x) & x \in D_1 \\ 0 & x \in D_1^c \end{cases} \quad \dots (5)$$

この(4)式および(5)式から、内部境界 ∂D_1 および自由表面 ∂D_2 上の次の積分表現を得ることになる。

$$\begin{aligned} \int_{\partial D_1} U(x_0, y) \cdot t(y) dS_y + \int_{\partial D_2} U(x_0, y) \cdot t_s(y) dS_y \\ - \int_{\partial D_1} T(x_0, y) \cdot u(y) dS_y - \int_{\partial D_2} T(x_0, y) \cdot u_s(y) dS_y = \begin{cases} U(x_0) - U'(x_0) & x_0 \in \partial D_1 \\ U(x_0) & x_0 \in \partial D_2 \end{cases} \quad \dots (6) \end{aligned}$$

ここで、 U は2重層ポテンシャルのFree Termである。また、放射条件を満足する基本解は2次元問題の場合次式により表わされる。

$$U(x, y) = \frac{i}{4\mu} [H_0^{(1)}(k_T r) \mathbf{1} + \frac{1}{k_T^2} \nabla \nabla \{H_0^{(1)}(k_T r) - H_0^{(1)}(k_L r)\}] \quad \dots (7)$$

ここに、 $H_0^{(1)}$ は第一種0次のHankel関数、また、 $k_T = \omega/G$, $k_L = \omega/C_L$ である。

また、2重層核 T は次のように定義される。

$$T(x, y) = U(x, y) \mathbf{T}_y \quad \dots (8)$$

(6)式も与えられた入射波 u_i と境界条件について解けば、 ∂D_1 上の u , t および ∂D_2 上の u_s , t_s を定めることができる。

3. 数値解析例

半無限問題の解析に際し、従来有限区間を打ち切った半無限の積分の遠方での評価を、構造物から十分に離れた自由表面を散乱波 u_s 及びRayleigh波にすると考え、遠方での半無限境界の影響を考慮する。

Fig. 2およびTable. 1は、本手法による数値解の精度を確認したものである。モデルは、無限弾性体中に円孔(半径 a)が存在するもの想定し、その境界上の変位(半径方向および円周方向)をMowとMente²⁾の解析解と比較した。この結果より、本手法の解と解析解とはよく一致しており、その精度は十分であることが確認される。

なお、半無限領域に関する解析および応用解析例の詳細は当日発表する。

Table.1 Steady displacement fields on a circular hole (SV-wave)
 $ak_T = 0.1$

deg	$ u_r / u_l $		$ u_\theta / u_l $	
	BEM	Mow & Mente	BEM	Mow & Mente
0	0.0000	0.0000	1.0017	1.0017
15	0.2635	0.2636	0.9662	0.9662
30	0.5066	0.5066	0.8631	0.8631
45	0.7114	0.7114	0.7027	0.7027
60	0.8654	0.8654	0.4996	0.4995
75	0.9609	0.9609	0.2733	0.2733
90	0.9941	0.9941	0.1030	0.1030
105	0.9637	0.9637	0.2691	0.2691
120	0.8702	0.8702	0.4973	0.4973
135	0.7169	0.7169	0.7032	0.7032
150	0.5113	0.5113	0.8664	0.8664
165	0.2663	0.2663	0.9715	0.9715
180	0.0000	0.0000	1.0078	1.0078

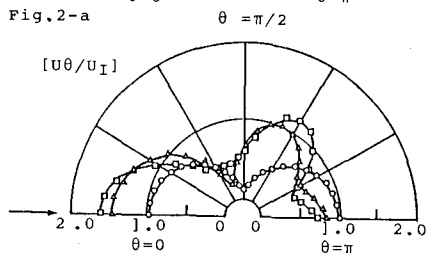
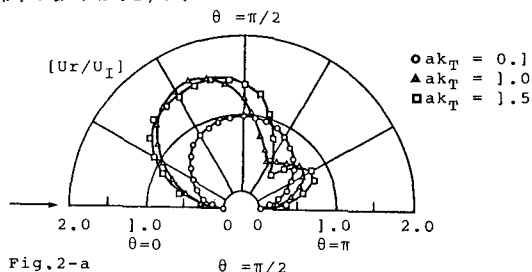


Fig. 2-b
Distribution of $[u_r/u_l]$, $[u_\theta/u_l]$
for various ak_T with $\nu=0.25$
(— Mow & Mente; $\circ, \triangle, \square$, BEM)

参考文献

- 1) 木下, 小浜, 西村; 第36回年講, pp. 527~528, 昭和56年
- 2) Mow, C.C. & Mente, L.J.; J. Appl. Mech., Vol. 30, pp. 598~604, 1963
- 3) 池田存文, 積分方程式法による地盤内構造物の動的応答特性の解析, 京都大学工学部修士論文, 1984