

1. はじめに

表面波を振動問題として取り扱うことは表面波の基本的な性質を理解する上で、有益なことと思われる。これまでラブ波については、いくつかの定式化が行なわれているが、レイリー波についてはその例は見当たらない。本研究では2次元FEMを用いて、適当な境界条件のもとで得られる振動モードからレイリー波の性質を調べを試みた。

2. レイリー波による定常振動

レイリー波の上下動と水平動とは、位相が $\pi/2$ ずれているので、

$$\begin{cases} u = u(z) \sin(\xi x - \omega t) \\ W = w(z) \cos(\xi x - \omega t) \end{cases} \quad \text{とおける。}$$

今、FIG.1のような下層が剛なモデルを考えると、

$$\text{at } x=0: u=0$$

$$\text{at } x=L: w=0 \quad \text{という境界条件及び } \lambda=4L \text{ では、}$$

その直接波と反射波は、

$$\begin{cases} u_d = u(z) \sin(\pi x/2L - \omega t) \\ W_d = w(z) \cos(\pi x/2L - \omega t) \\ u_r = -u(z) \sin(-\pi x/2L - \omega t) \\ W_r = w(z) \cos(-\pi x/2L - \omega t) \end{cases}$$

であり、

それらを合成した定常波 $U (= u_d + u_r)$ 、

$W (= w_d + w_r)$ は、

$$\begin{cases} U = 2u(z) \sin \pi x/2L \cos \omega t \\ W = 2w(z) \cos \pi x/2L \cos \omega t \end{cases}$$

となるので、この概形はFIG.2のようになる。

また回転方向は、

$$u/w > 0 \quad \text{--- 順転}$$

$$u/w < 0 \quad \text{--- 逆転}$$

となる。

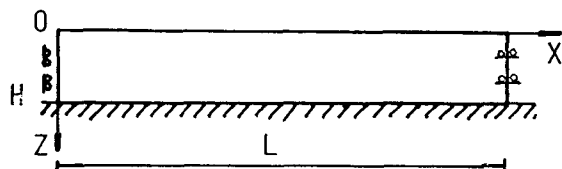


FIG.1

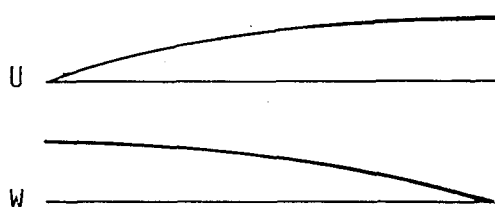


FIG.2

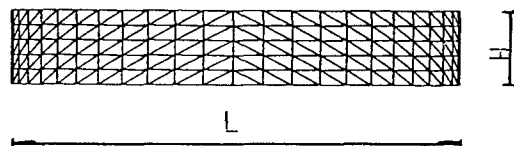


FIG.3

TABLE 1

<first mode>				
f (Hz)	λ (cm)	C (cm/s)	λ/H	C/Cs
19.4	20.0	388	2.00	1.18
15.2	40.0	608	4.00	1.85
14.2	50.0	710	5.00	2.16
12.8	60.0	768	6.00	2.34
11.1	80.0	888	8.00	2.71
10.2	100.0	1020	10.0	3.11
9.73	120.0	1170	12.0	3.57

<second mode>				
f (Hz)	λ (cm)	C (cm/s)	λ/H	C/Cs
28.9	20.0	578	2.0	1.76
16.3	40.0	652	4.0	1.99
14.7	50.0	735	5.0	2.24
14.7	60.0	882	6.0	2.69
14.7	80.0	1180	8.0	3.60
14.7	100	1470	10.0	4.48
14.7	120	1760	12.0	5.37

$$C = f \lambda$$

$$C_s = 328 \text{ cm/s} \quad H = 10.0 \text{ cm}$$

3. 計算結果とその考察

今、2次元平面ひずみにおけるFEMを考え、FIG.3のような、要素分割(節点数150、要素数240)を行ない、要素パラメーターを、 $Cs=328\text{cm/s}$ 、 $\gamma=1.01\text{t/m}^3$ 、 $\nu=0.25$ 、境界条件を
 at $x=0$: x方向ローラ
 at $x=L$: z方向ローラ
 at $z=H$: 固定 として、

L 、 H を適当に変えた時の計算結果はTABLE 1のようになった。これより、無次元量 λ/H 、 C/Cs の関係は、FIG.4のようになる。図中、実線はM1波の、波線はM2波の理論分散曲線であるが、これを見ると1st modeがM1波に、2nd modeがM2波に近い値を示している。FIG.5

は $\lambda/H=4.0, 5.0$ における1st modeと2nd modeの固有振動形であるが、水平変位については、 $\lambda/H=4.0$ に1st modeでは逆位相部分があるが2nd modeでは、全ての部分が同位相である。一方、 $\lambda/H=5.0$ の場合にはこの逆である。またFIG.6は同じく $\lambda/H=4.0, 5.0$ における表面での水平方向及び鉛直方向の変位分布であるが、これも1st modeでは $\lambda/H=4.0$ で逆転($u/w<0$)、鉛直変位が水平変位に卓越し、 $\lambda/H=5.0$ では順転($u/w>0$)、水平変位が鉛直変位に卓越して、2nd modeではその逆となっている。これらは、" $\nu=0.25$ で下層が剛な二層構造では、 $\lambda/H=4.62$ を境としてM1波とM2波はその性質を交換する。"というレイリー波の特性に対応している。

4. おわりに

下層が剛な二層構造の振動モードは1st modeがM1波に、2nd modeがM2波に相当するレイリー波で発生するものと考えられる。ここで与えたような、適当な境界条件を設定すれば、レイリー波の基本的な性質を調べる上で有効である。この方法は、必要に応じて、物理定数(G 、 γ 、 ν)を任意に変えることができ、また多層構造のモデルにまで拡張できるので、その応用性は十分に期待できる。

