

京都大学工学部 正 員 丹羽義次
 京都大学工学部 正 員 広瀬壮一
 京都大学工学部 学生員 安藤賢一

1, はじめに

地震災害において、同一の地震に対して地域によりその被害状況に差異があることは、よく知られている。これらの主要因として、地形や地盤構造の不整形性が考えられる。そこで本研究では、大阪平野などに代表される不整形多層地盤をモデル化し、波数領域における積分方程式を解くことにより、解析を行うものである。本解析法は、一般的な不整形多層地盤に適用することが可能であるが、ここでは Fig.1に示すような半無限境界 $\partial D_1, \partial D_2$ 及び不整形な境界 ∂S_2 を有する2次元2層地盤を想定し（ただし、各層は等方、均質な弾性体とする。）そこに定常的な平面波が入射した際の自由表面上の地震動応答を解析するものである。

2, 積分方程式法による定式化

まず、定式化に先立って以下に使う記号について定義を行う。

$U_k(x)$: 全変位 $U_k^s(x)$: 散乱波変位 $U_k^f(x)$: 入射波, 屈折波, 反射波による変位の和
 $t_k(x)$: $U_k(x)$ にをる応力ベクトル k_1 : P波波数 k_2 : S波波数

記号の右肩の添字 1, 2は、各々領域 D_1, D_2 の量を表し、また $l=1, 2$ によって、各々P波, Sv波を示す。

$$T_i^k(x, y) = \frac{n^2}{\pi k_j} \Pi_i^k(x, y) = \lambda n_k(x) \Pi_i^k(x, y) + \mu n_j(x) \{ \Pi_i^k(x, y) + \Pi_i^{k*}(x, y) \}$$

$$\gamma_{(x)li}(\xi, y) = \gamma_{(x)li}(\xi) \exp\{i \gamma_{(x)li}(\xi) y\} \quad \bar{\gamma}_{(x)lk}(\xi, y) = \bar{\gamma}_{(x)lk}(\xi) \exp\{-i \gamma_{(x)lk}(\xi) y\}$$

$$\gamma_{(x)l}(\xi) = \frac{1}{k_2} \{ \xi, \Pi_{(x)l}(\xi) \} \quad \bar{\gamma}_{(x)l}(\xi) = \frac{1}{k_2} \{ \Pi_{(x)l}(\xi), \mp \xi \} \quad \gamma_{(x)l}(\xi) = (\xi, \Pi_{(x)l}(\xi)) \quad \Pi_{(x)l}(\xi) = \sqrt{k_l^2 - \xi^2}$$

$$C_{(x)ljk}(\xi) = \lambda \delta_{jk} \gamma_{(x)lk}(\xi) + \mu \{ \gamma_{(x)lj}(\xi) \gamma_{(x)lk}(\xi) + \bar{\gamma}_{(x)lk}(\xi) \gamma_{(x)lj}(\xi) \}$$

$$\bar{B}_{(x)ljk}^2(\xi) = -2\pi i \gamma_{(x)lk}^2(\xi) C_{(x)ljk}^2(\xi) \exp\{i(\Pi_{(x)lj}(\xi) - \Pi_{(x)lk}(\xi))/H_2\}$$

$$\bar{D}_{(x)ljk}^n(\xi) = -2\pi i \gamma_{(x)lk}^n(\xi) C_{(x)ljk}^n(\xi) \exp\{i(\Pi_{(x)lj}^n(\xi) - \Pi_{(x)lk}^n(\xi))/H\}$$

さて、Fig.1に示される $\partial D_1, \partial D_2, \partial S_2, \partial \Gamma_2$ における境界条件は

$$t_k(x) = 0 \quad x \in \partial D_1 \quad t_k^s(x) = t_k^f(x) \quad x \in \partial D_2 \cup \partial S_2$$

$$U_k^s(x) = U_k^f(x) \quad x \in \partial D_2 \cup \partial S_2 \quad \text{により与えられる。}$$

この境界条件を考慮して積分方程式を構成すると

$$\begin{aligned} & - \int_{\partial D_1} T_i^k(x, y) U_k^s(x) ds - \int_{\partial D_2 + \partial S_2} \{ \Pi_i^k(x, y) t_k^s(x) + T_i^k(x, y) U_k^f(x) \} ds \\ & + \int_{\partial \Gamma_2} \{ \Pi_i^k(x, y) t_k^f(x) - T_i^k(x, y) U_k^f(x) \} ds \\ & - \int_{\partial S_2} \{ \Pi_i^k(x, y) t_k^f(x) - T_i^k(x, y) U_k^f(x) \} ds = \begin{cases} U_k^f(x) & x \in D_1 \cap (\Omega_2)^c & (1.a) \\ U_k^s(x) + U_k^f(x) & x \in D_1 \cap \Omega_2 & (1.b) \\ U_k^f(x) & x \in (D_1)^c \cap \Omega_2 & (1.c) \\ 0 & x \in (D_1)^c \cap (\Omega_2)^c & (1.d) \end{cases} \\ & \int_{\partial D_2 + \partial S_2} \{ \Pi_i^k(x, y) t_k^s(x) - T_i^k(x, y) U_k^s(x) \} ds \\ & - \int_{\partial \Gamma_2} \{ \Pi_i^k(x, y) t_k^f(x) - T_i^k(x, y) U_k^f(x) \} ds \\ & + \int_{\partial S_2} \{ \Pi_i^k(x, y) t_k^f(x) - T_i^k(x, y) U_k^f(x) \} ds = \begin{cases} U_k^s(x) & x \in D_2 \cap (\Omega_2)^c & (2.a) \\ U_k^s(x) - U_k^f(x) & x \in D_2 \cap \Omega_2 & (2.b) \\ -U_k^f(x) & x \in (D_2)^c \cap \Omega_2 & (2.c) \\ 0 & x \in (D_2)^c \cap (\Omega_2)^c & (2.d) \end{cases} \end{aligned}$$

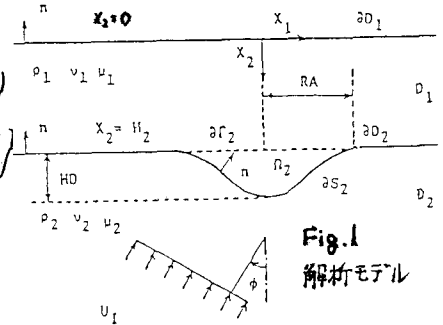


Fig.1
解析モデル

となる。ここで $\bar{\Pi}_i^A(x, y)$ は、基本解であり平面波の重ねあわせで次のように表される。

$$\bar{\Pi}_i^A(x, y) = \frac{i}{4\pi k} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{\mathcal{P}}_{(x)R}(\xi, \zeta) \bar{\mathcal{P}}_{(y)R}(\xi, \zeta) \frac{d\xi}{\Pi_{(0)R}(\xi)} \quad \dots (3)$$

また、散乱波による変位 u_k^F, u_k^{FS} も、平面波の重ねあわせで次のように表されると仮定する。

$$u_k^F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \{\alpha'_{(r)m}(x) \bar{\mathcal{P}}'_{(r)mR}(x, y) + \alpha'_{(-r)m}(x) \bar{\mathcal{P}}'_{(-r)mR}(x, y)\} dx \quad u_k^{FS}(y) = \int_{-\infty}^{\infty} \alpha'^2_{(r)m}(x) \bar{\mathcal{P}}'^2_{(r)mR}(x, y) dx \quad (4)$$

(1, d), (2, d) 式に、(3), (4) 式を代入し、 x に関してフーリエ変換を作用させることにより次式を得る。

$$\begin{aligned} & \left\{ \bar{D}'_{(x)R(r)m}(\xi) - \bar{B}^2_{(x)R(r)m}(\xi) \right\} \alpha'_{(r)m}(x) - \int_{-\infty}^{\infty} \bar{\mathcal{P}}'^2_{(x)R}(\xi, y) \int_{\partial S_2 - \partial \Gamma_2}^{\infty y} \bar{\mathcal{P}}'_{(r)mR}(x, y) \alpha'_{(r)m}(x) dx dy \\ & + \left\{ \bar{D}'_{(x)R(-r)m}(\xi) - \bar{B}^2_{(x)R(-r)m}(\xi) \right\} \alpha'_{(-r)m}(x) - \int_{-\infty}^{\infty} \bar{\mathcal{P}}'^2_{(x)R}(\xi, y) \int_{\partial S_2 - \partial \Gamma_2}^{\infty y} \bar{\mathcal{P}}'_{(-r)mR}(x, y) \alpha'_{(-r)m}(x) dx dy \\ & - \bar{D}^2_{(x)R(r)m}(\xi) \alpha'^2_{(r)m}(\xi) - \int_{-\infty}^{\infty} \bar{\mathcal{P}}'^2_{(x)R}(\xi, y) \int_{\partial S_2 - \partial \Gamma_2}^{\infty y} \bar{\mathcal{P}}'^2_{(r)mR}(x, y) \alpha'^2_{(r)m}(x) dx dy \\ & = \int_{\partial \Gamma_2} \left\{ \bar{\mathcal{P}}'_{(x)R}(\xi, y) t^F_F(y) - \bar{\Pi}'_{(x)R}(\xi, y) u_k^F(y) \right\} dy - \int_{\partial S_2} \left\{ \bar{\mathcal{P}}'_{(x)R}(\xi, y) t^F_F(y) - \bar{\Pi}'_{(x)R}(\xi, y) u_k^F(y) \right\} dy \quad \dots (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \bar{B}^2_{(x)R(r)m}(\xi) \alpha'_{(r)m}(\xi) + \int_{-\infty}^{\infty} \bar{\mathcal{P}}'^2_{(x)R}(\xi, y) \int_{\partial S_2 - \partial \Gamma_2}^{\infty y} \bar{\mathcal{P}}'_{(r)mR}(x, y) \alpha'_{(r)m}(x) dx dy \\ & + \bar{B}^2_{(x)R(-r)m}(\xi) \alpha'_{(-r)m}(\xi) + \int_{-\infty}^{\infty} \bar{\mathcal{P}}'^2_{(x)R}(\xi, y) \int_{\partial S_2 - \partial \Gamma_2}^{\infty y} \bar{\mathcal{P}}'_{(-r)mR}(x, y) \alpha'_{(-r)m}(x) dx dy \\ & + \bar{D}^2_{(x)R(r)m}(\xi) \alpha'^2_{(r)m}(\xi) + \int_{-\infty}^{\infty} \bar{\mathcal{P}}'^2_{(x)R}(\xi, y) \int_{\partial S_2 - \partial \Gamma_2}^{\infty y} \bar{\mathcal{P}}'^2_{(r)mR}(x, y) \alpha'^2_{(r)m}(x) dx dy \\ & = \int_{\partial \Gamma_2} \left\{ \bar{\mathcal{P}}'^2_{(x)R}(\xi, y) t^2_F_F(y) - \bar{\Pi}'^2_{(x)R}(\xi, y) u_k^{2F}(y) \right\} dy - \int_{\partial S_2} \left\{ \bar{\mathcal{P}}'^2_{(x)R}(\xi, y) t^2_F_F(y) - \bar{\Pi}'^2_{(x)R}(\xi, y) u_k^{2F}(y) \right\} dy \quad \dots (6) \end{aligned}$$

(5), (6) 式を離散化することにより、 $\alpha'_{(r)m}(x), \alpha'^2_{(r)m}(x)$ についての連立一次方程式を得ることができ、それを解いて得られる解を、(4) 式に代入することにより、任意の点の散乱波の変位 $u_k^F(x), u_k^{2F}(x)$ を求めることができる。

3. 数値解析例

Fig. 2~3 は、波数 $ak^T = \pi$ の S v 波を入射波とし、領域 D の層厚 $H_1 = 0.1, H_2 = 1.0$ とした時の水平方向の変位を示したものである。なお、材料定数は図中に示し、 H_2 は不整形面の半径 RA で無次元化している。また、いずれの図も垂直入射の場合である。Fig. 2~3 より層厚が薄いと、波動のエネルギーが地盤の不整形部分に集中し、局所的な振幅の増幅をもたらすことがわかる。その他の解析例については当日発表する予定である。

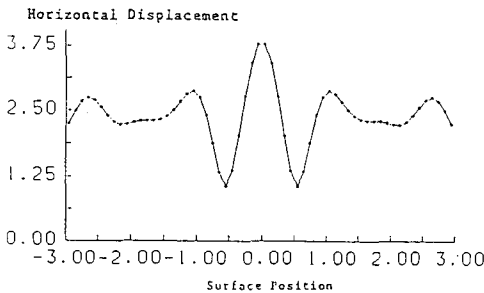


Fig. 2 Surface Displacement Amplitude

$$AK_T = \pi, \phi = 0^\circ, H_2 = 0.1, v_2/v_1 = 4.0 \\ v_1/v_2 = 1.0 \quad \rho_1/\rho_2 = 1.0$$

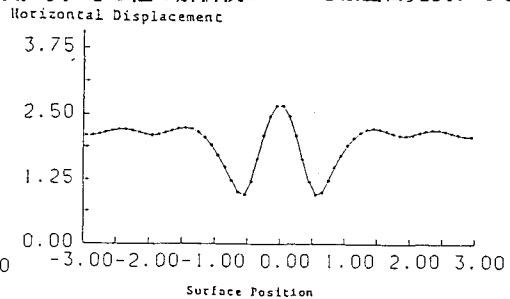


Fig. 3 Surface Displacement Amplitude

$$AK_T = \pi, \phi = 0^\circ, H_2 = 1.0, v_2/v_1 = 4.0 \\ v_1/v_2 = 1.0 \quad \rho_1/\rho_2 = 1.0$$