

○ 筑波大学理工学研究科 学生員 白鳥昭浩

筑波大学 構造工学系 正員 椎貝博美

1. 球状容器内に自由表面を持つ流体をいれて、容器全体に振動を与えると、表面波が発生する。この表面波の発生によって、容器全体がバネ系で支持されているときには、系全体として複雑な共振特性をしめし、その共振特性も流体の量によって大きく変化することはよく知られている。これについては、筆者らによる詳しい解析があり、表面波形を仮定した場合、系の共振特性もほとんど計算でき、実験値もよく説明できることが知られている。また、理論計算によって武藤らのいう、自由水の概念も説明することが可能となった。

しかし、球状容器の中に発生する表面波は、どのようなものかという点、あまり実験も行われていないためにほとんど調べられていない。この点について今度詳しい計測を行ったのでその結果を報告する。なお、円筒形容器についての同様な研究は、石川・椎貝、高山、池田らの研究がある。

2. 実験に用いた容器はプラスチック製の内径29.5cmのものである。この中に6本の波高計端子（ひとつの端子は2本の特殊合金線よりなる）をとりつけ、振動方向（X方向）これと直角な方向（Y方向）について波高分布を測定した。

球体内に発生する波については、曾我部がすでに半理論式を次のように求めている。これは非常に正確である。

$$T = T_c (1.30 - 0.462H/D) \quad (1)$$

$$T_c = 2\pi \sqrt{D/2g} \sqrt{2/1.84 S_c} \quad (2)$$

$$S_c = 1.84 \sqrt{H/D(1-H/D)} \coth(1.84 \sqrt{H/D/(1-H/D)}) \quad (3)$$

ここにHは球内の水深、Dは球の直径、gは重力の加速度である。図2には、測定点5における共振特性の実測値の1例を示した。 f^* は曾我部の式によって求めた共振振動数である。曾我部の共振点は、第1のピークを良く表現していることがわかる。

3. 球体内の波動に関してひとつの重要な問題は、共振周波数付近で波が回転を始めることである。これは、球状容器については曾我部が1974年に報告し、円筒容器については石川、椎貝が1973年に報告している。この回転波が長方形の容器内において生ずればいわゆるCROSS WAVEになることが、沢本、加藤らによって指摘されている。もちろん容器内のこの種の波については、それ以前にもいくつかの報告があるが、その成因は不明であった。

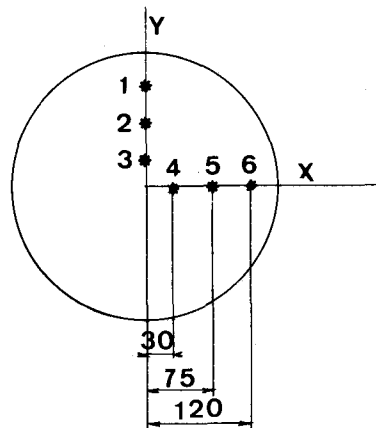


図-1 波高計の位置（平面図）

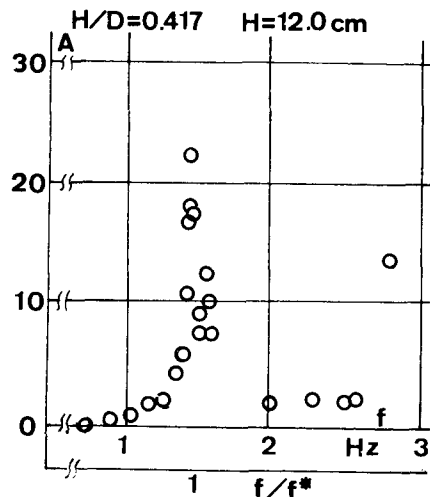


図-2 波の共振特性（測点5）

今回の実験によって、ほぼその成因が解明されたものと考えられる。その理由は次のようなものである。

まず、球体内部に生じている波は確かに壁面にそって右回り、あるいは左回りに回転する波であると考えられる。それは直角方向に配置された二系列の波高計の観測結果によって確認された。

X方向、Y方向の波の位相は振動台の振動数が第1の共振点を超えるまでは同位相である。しかし、共振点をわずかに過ぎたあたりで、位相がほぼ90°ずれていることが観測された。この位相差は外力の振動周波数が共振周波数 f^* より離れるにつれてゼロになる。いわば、回転波は、共振点付近でのみ生ずるということになる。これはこれまでの他の形式の容器内の回転波、あるいはCROSS WAVEの観測結果と一致している。この理由は次のように考えられる。

外力はいくらX方向のみにかけられているとはいえ必ずY方向にもわずかながら周期的な力を与えている。これによる波動は共振点付近で急に大きくなると考えられるから、X、Y 2方向の平面波を重ね合わせれば、球体内の波の変位 η は次のように表わすことができる。

$$\eta = af(x)\cos\omega t + bf(y)\cos(\omega t + \theta) \tag{4}$$

$$\eta = \sqrt{a^2 f^2(x) + b^2 f^2(y) + 2abf(x)f(y)\cos\theta} \cos(\omega t + \alpha) \tag{5}$$

$$\tan\alpha = bf(y)\sin\theta / (af(x) + bf(y)\cos\theta) \tag{6}$$

ここに、 a, b は波高、 $f(x), f(y)$ は共に境界条件を満足すべき関数である。

$\theta=0$ であれば、 $\alpha=0$ であるから、(5)式は回転波とはならないが
 $\theta = \pi/2$ であれば、 $\alpha = \tan(bf(y)/af(x))$ となる。具体的には、
 $bf(y) = b r \sin\beta$, $af(x) = a r \cos\beta$ とおけば、

$$\tan\alpha = (b/a) \tan\beta \tag{7}$$

が得られるが、これは位相角 α が座標角 β と関係しているのであるから、回転するような波であり、 $a=b$ のときははっきりと一定波高で回転する波となる。このことは、(4)式より速度ポテンシャル ϕ を求め、これから得られる表面波の粒子軌道が円になることからほぼ正しいものと判断した。

$$\phi = (-a\omega f(x)\sin\omega t - b\omega f(y)\sin(\omega t + \theta))F(z) \tag{8}$$

$$u = -F(z)a\omega f'(x)\sin\omega t, \quad v = -F(z)b\omega f'(y)\sin(\omega t + \theta) \tag{9}$$

ここに $F(z)$ は境界条件より定められる。

4. この研究は、文部省科学研究費（一般B）58460167，球体内に発生する波と構造物の振動特性（代表者権貝博美）に全面的に頼った。深い謝意を表する。なお、重要な参考文献は次の通りである。

石川・権貝：円筒水槽内二層流体における内部波について，土木学会論文報告集，No. 219, 1973.
 曾我部：球形タンク内部の液面動揺の固有周期の半実験式および計算図表，生研報告，Vol. 29, No. 9, 1974
 沢本・加藤：有限振幅内部波に関する研究，土木学会論文報告集，No. 232, 1974.
 高山：振動外力を受けるタンク内発生波の非定常解について，港研報告 Vol. 15, No. 2, 1976.
 Shiigai, Ohwa: Interaction between a spherical container and a liquid in it, J. of Hydraulics and Hydraulic Engineering, Vol. 1, No. 2, 1983

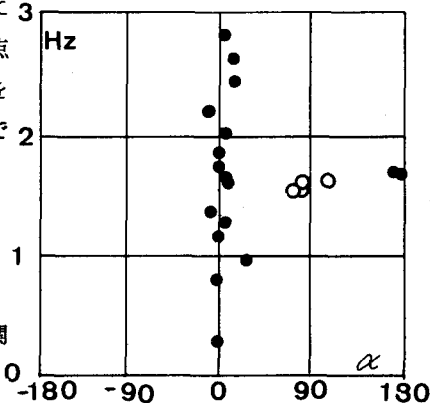


図-3 共振点付近の位相差の変化

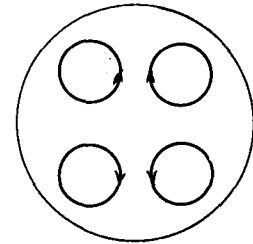


図-4 水面の粒子の軌跡