

熊本工業大学 正員 上杉 真平
熊本大学工学部 正員 大津 政康

1. はじめに

地震などによる地盤表面の応答は、半無限領域の問題として解析されるが、境界要素法はこのような半無限の領域における問題の解析に適しており、これまでこのような問題における面外波動場について考察を行ってその妥当性を検討してきた⁽¹⁾⁽²⁾。この結果にもとづいて、ここではさらに面内波動問題の取り扱いについて考える。本問題の解析については、過去にいくつかの手法が提案されているが⁽³⁾、本研究では、無限領域における境界要素法の定式化を半無限領域に適用する数値解析手法について述べ、その適用結果を報告する。

2. 定式化

Fig.1に示されるような等方、等質かつ線形の弾性体の領域における弾性波動問題の支配方程式は、次のようなNavierの式で表わされる。

$$(\lambda + \mu)u_{j,jk}(x,t) + \mu u_{k,jj}(x,t) + f_k(x,t) = \rho \ddot{u}_k(x,t), \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (1)$$

ここに、 u_k は変位、 f_k は物体力、 λ, μ はLameの常数、 ρ は密度である。

いま、平面ひずみ問題を考えるものとする、面内波動方程式は、(1)式より次のように得られる。

$$(\lambda + \mu)u_{\alpha,\beta\alpha}(x,t) + \mu u_{\alpha,\beta\beta}(x,t) + f_\alpha(x,t) = \rho \ddot{u}_\alpha(x,t), \quad \alpha, \beta = 1, 2 \quad (2)$$

物体力が無いものとし、定常状態を考えると、上式を満足する面内波動場は領域内において次のように表わされる。

$$u_\alpha(x) = u_\alpha^0(x) + u_\alpha^s(x) \quad (3)$$

u_α^0 , u_α^s はそれぞれ自由場および散乱場の変位である。入射波としては、次のような平面波を仮定する。

$$\begin{aligned} u_1^i &= \phi_{,1}^i - \psi_{,2}^i \\ u_2^i &= \phi_{,2}^i + \psi_{,1}^i \end{aligned} \quad (4)$$

ここに、 b は入射角、 k_p, k_s はP, S V波の波数であり、 $\phi^i = \frac{1}{ik_p} \exp(ik_p \cos b \cdot x_1 + ik_p \sin b \cdot x_2)$, $\psi^i = \frac{1}{ik_s} \exp(ik_s \cos b \cdot x_1 + ik_s \sin b \cdot x_2)$ は、それぞれPおよびSV波に関する入射のポテンシャルである。ここで、自由場の変位が自由境界において応力自由の境界条件を満足するような反射波を考えるものとする、自由場の変位は次のように得られる。

$$u_\alpha^0(x) = u_\alpha^i(x) + u_\alpha^r(x) \quad (5)$$

反射波 u_α^r は、PおよびSV波の反射のポテンシャル、 $\phi^r = \frac{K_p}{ik_p} \exp(ik_p \cos b \cdot x_1 - ik_p \sin b \cdot x_2)$, $\psi^r = \frac{K_s}{ik_s} \exp(ik_s \cos b \cdot x_1 - ik_s \sin b \cdot x_2)$ から入射波の場合と同様にして求められる。ただし、 K_s, K_p は反射係数である。いま、散乱場の変位が一重層ポテンシャルによって表わされるものとする、次のような積分表示式で表わすことができる。

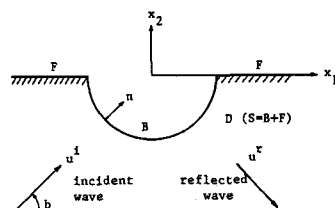


Fig. 1 半無限領域

$$u_{\alpha}^S(x) = \int_S T_{\alpha\beta}(x, \xi) f_{\beta}(\xi) dS_{\xi} \quad (6)$$

ここに、 $f_{\beta}(\xi)$ は積分密度と呼ばれるものである。 $T_{\alpha\beta}(x, \xi)$ は無限領域における基本解であり、次のように与えられている。

$$T_{\alpha\beta}(x, \xi) = \frac{i}{4\mu} [H_0^{(1)}(k_s r) + \frac{1}{k_s^2} \{H_0^{(1)}(k_s r) - H_0^{(1)}(k_p r)\}_{,\alpha\beta}] \quad , \quad r = |x - \xi| \quad (7)$$

ここに、 $H_0^{(1)}$ は零次の第一種ハンケル関数である。また、応力自由の条件より境界上において次のような境界条件が与えられる。

$$-t_{\alpha}^0(x) = \frac{1}{2} f_{\alpha}(x) + \int_S T_{\alpha\beta}(x, \xi) f_{\beta}(\xi) dS_{\xi} \quad (8)$$

$$T_{\alpha\beta} = \mu (U_{\alpha\beta, \gamma} n_{\gamma} + U_{\gamma\beta, \alpha} n_{\gamma} + \frac{2\nu}{1-2\nu} U_{\gamma\gamma, \eta} n_{\eta}) \quad , \quad \gamma, \eta = 1, 2$$

ここに、 t_{α}^0 は自由場の traction である。したがって、Fig. 1 のような地表構造物による弾性波の散乱現象に対しては、境界条件(8)より積分密度 f_{α} が求められるので、全体場の変位 u_{α} は式(6)に代入し、式(3)より得られる。

3. 数値解析および解析結果

ここでは、本法を地表構造物による地震波の散乱の問題に適用し、その妥当性について考察を行った。数値解

析にあたっては、前述の式を境界の一定要素分割によって離散化し、半無限境界を有限な長さ EL で近似して計算を行っている。Fig. 2 に、浅い地下空洞にP波が真下から入射した時の x_2 方向の積分密度 f_2 を $EL=40a$ に取って計算した結果を示す。円孔の天井での積分密度 f_2 との比を取ってあるが $ka \leq 1$ の範囲内では円孔から離れるにしたがってその計算に及ぼす影響が小さくなっていることがわかる。また、各波数における円孔上の変位振幅をFig. 3およびFig. 4に示す。これまで行ってきた面内問題の解析の場合と同様にここでも EL は $6a$ から計算を行っていったが、いずれの場合においても EL がある程度

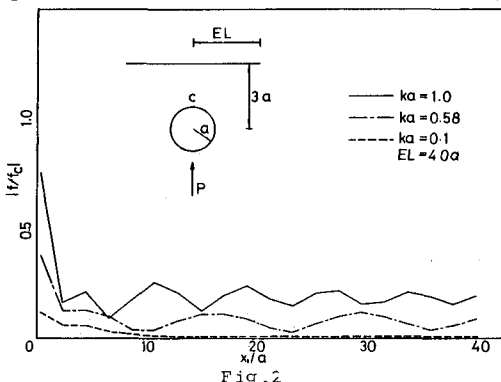


Fig. 2

以上になるとその結果はほとんど同じ値となっている。以上のことから、 $ka \leq 1$ の範囲内においては入射波の波長にかかわらず、半無限境界を構造物の代表長さ a に基づいて決めた有限な長さで近似することが可能であると思われる。この時、有限近似長さ EL の値は、誤差を考慮して積分密度 f_{α} の分布から決定することができるので有用であろう。詳細については講演当日に報告する予定である。

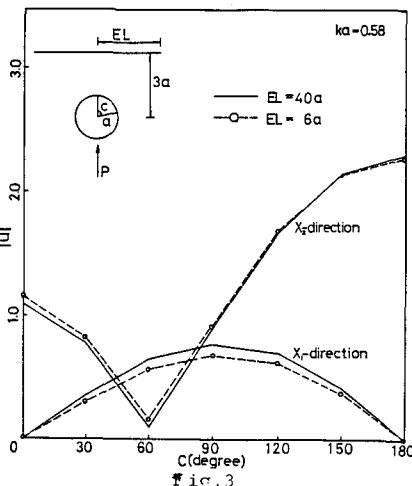


Fig. 3

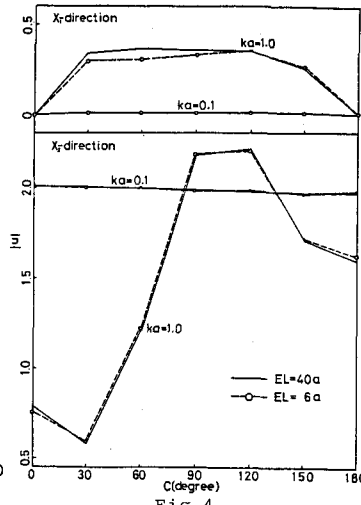


Fig. 4

<参考文献> 1) 大津, 上杉; 境界要素法による半無限弾性体の面外波動問題の解析, 第39回工本学会年次学術講演会, 1984

2) 大津, 上杉; 地表構造物の面外せん断波動に対する応答解析, 第1回境界要素法シンポジウム概要集, 1984

3) Kobayashi, S.; Some Problems of The Boundary Integral Equation Method in Elastodynamics, Proc. 5th Int. Conf. BEI in Eng., 1983