

室蘭工業大学 正員 松岡 健一
同 同 岸 徳光
日本大学 同 能町 純雄

1. はじめに 燃料輸送用のパイプラインや、水道管などが埋設された地盤が、地震波などの弾性波動を受ける時の応答問題は、弾性体中にあり液体で満たされた円筒が入射弾性波を受けるものとして、近似的にモデル化することが出来る。著者らは、昨年弾性体中の液体で満たされた円孔の問題を解析したが^{1) 2)}、本研究はこれを厚肉円筒に拡張したものである。

2. 基礎変位式 図-1のように、無限弾性体中におかれた厚肉円筒の、円筒軸を z 軸とする円柱座標を考え、 z 軸と角度 ϕ をなす方向からせん断波が入射する定常状態を考えるものとする。この時入射せん断波の各方向変位成分は

$$\{u^{(i)} v^{(i)} w^{(i)}\}^T = U_0 \exp[i\omega\{t - (z\cos\phi - r\cos\theta\sin\phi)/V_s\}] \{\cos\phi\cos\theta \cos\phi\sin\theta \sin\phi\}^T \quad (1)$$

U_0 : 振幅, ω : 角速度, V_s : 速度.

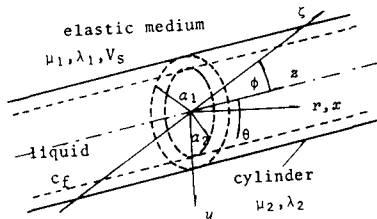


図-1 液体で満たされた無限体中の円筒

一方入射波によって引きおこされる円筒を伝播する弾性波による変位式や無限体を伝播する散乱波の変位式は定常状態を仮定しているので

$$f = \tilde{f} \exp[i(\omega t - N_s z)], \quad N_s = \omega \sin\phi / V_s \quad (2)$$

の形で与えることができ、各変位成分は

$$\begin{pmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{v} \\ \tilde{w} \end{pmatrix} = \sum_m c_m \begin{pmatrix} \cos m\theta & \cos m\theta & 0 \\ \sin m\theta & \sin m\theta & 0 \\ 0 & m & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{A}_{mr} \\ \tilde{B}_{mr} \\ \tilde{W}_{mr} \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$\{\tilde{A}_{mr} \quad \tilde{B}_{mr} \quad \tilde{W}_{mr}\}^T = \sum_k [K \cdot \{F_{Amk} \quad F_{Bmk} \quad F_{Cmk} \quad E_{mk}\}^T] \quad (4)$$

$$\begin{aligned} F_{Amk} &= \alpha_{mk} / 2\mu + (m+1)A_{mk} + (m-1)B_{mk} - iN_s E_{mk} / 2 \\ F_{Bmk} &= \alpha_{mk} / 2\mu + (m+1)A_{mk} + (m-1)B_{mk} + iN_s E_{mk} / 2 \\ F_{Cmk} &= \beta_{mk} / 2\mu + (m+1)A_{mk} - (m-1)B_{mk} + iN_s E_{mk} \end{aligned}$$

$$K = \begin{pmatrix} \chi_{mp}^{(4)}(N_{Su}r)/N_{Su} & 0 \\ 0 & -\chi_{ms}^{(4)}(N_{Su}r)/N_{Su} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} (\mu N_s^2 / \rho \omega^2) \{ \chi_{mp}^{(2)}(N_{Su}r)/N_{Su} - N_{S\alpha} \chi_{mp}^{(2)}(N_{S\alpha}r)/N_{S\alpha}^2 \} & 0 \\ (\mu N_s^2 / \rho \omega^2) \{ \chi_{ms}^{(2)}(N_{Su}r)/N_{Su} - N_{S\alpha} \chi_{ms}^{(2)}(N_{S\alpha}r)/N_{S\alpha}^2 \} & 0 \\ -i(2\mu N_s / \rho \omega^2) \{ G_m^{(2)}(N_{S\alpha}r) - G_m^{(2)}(N_{Su}r) \} & G_m^{(4)}(N_{S\alpha}r) \end{pmatrix}$$

$C_0 = 1/2\pi$, $C_m = 1/\pi$ ($m \neq 0$), μ, λ ; Laméの定数
 ρ ; 密度, $N_{Su}^2 = N_s^2 - \rho \omega^2 / \mu$, $N_{S\alpha}^2 = N_s^2 - \rho \omega^2 / (2\mu + \lambda)$

$$R_{j,m}^{(k)}(Nr) = I_j(Nr) K_m(Na_{k-1}) - (-1)^{j+m} I_m(Na_{k-1}) K_j(Nr),$$

$$j = m-1, m, m+1, a_0 = a_2$$

$$G_m^{(k)}(Nr) = R_{m,m}^{(k)}(Nr) / R_{m,m}^{(k)}(Na_k), \quad \chi_{mp}^{(k)}(Nr) = R_{m+1,m}^{(k)}(Nr) / R_{m,m}^{(k)}(Na_k),$$

$$\chi_{ms}^{(k)}(Nr) = R_{m-1,m}^{(k)}(Nr) / R_{m,m}^{(k)}(Na_k)$$

I, K: 変形第1種および第2種のベッセル関数

α, β, A, B, E : 未知定数

円孔を有する無限体は、 $k=2$ のみで

$$G_m(Nr) = K_m(Nr) / K_m(Na) \quad \chi_{mp}(Nr) = -K_{m+1}(Nr) / K_m(Na)$$

$$\chi_{ms}(Nr) = -K_{m-1}(Nr) / K_m(Na)$$

圧縮性液体の変位、圧力は

$$u_f = \int_m c_m \{ N_f \chi_{mp}^f(N_f r) + \frac{m}{r} G_m^f(N_f r) \} \\ * \tilde{\varphi}_{ma} \cos m\theta \exp[i(\omega t - N_s z)] \quad (5)$$

$$N_f^2 = N_s^2 - \omega^2 / c_f^2 \quad \chi_{mp}^f(N_f r) = I_{m+1}(N_f r) / I_m(N_f a)$$

$$p_f = \rho_f \omega^2 \int_m c_m G_m^f(N_f r) \tilde{\varphi}_{ma} \\ * \cos m\theta \exp[i(\omega t - N_s z)] \quad (6)$$

ρ_f : 液体の密度, c_f : 音波の速度, $\tilde{\varphi}_{ma}$: 未知定数.

3. 境界条件 入射せん断波をうける弾性体中の液体で満たされた円筒の動的応答は、上で求めた円孔を有する無限体と、円筒の変位式及び液体の変位式を円筒の境界条件を満足するように重ね合わせて解析することができるが、A, Bは式(4)の関係から次の適合条件を満足しなければならない。

$$A_{mk} = \tilde{A}_{mr} r = a_k / a_k \quad B_{mk} = \tilde{B}_{mr} r = a_k / a_k$$

さらに、円筒の内外面における境界条件は円筒の内面($r = a_2$)で液体と接触しており、円筒の外表面($r =$

a_1) で無限体と接しているが、この境界面で変位および応力が連続しているものとして解析する。

4. 数値計算例 弾性体と円筒のポアソン比 $\nu_1 = \nu_2 = \nu = 0.25$ 、 $C_f/V_b = 1.5$ ($V_b = \sqrt{E_1/\rho_1}$, E_1 : 弾性体の弾性係数)、 $\rho_f/\rho_1 = 0.5$ 、

$a_2/a_1 = 0.9$ 、 $\rho_2/\rho_1 = 1.5, 5.0$ 、 $\mu_2/\mu_1 = 100, 1000$ 、 $\phi = \pi/4$ として計算を行ない、その結果を図-2～6に示した。

いずれの図も横軸は無次元化した角速度をとり、縦軸上は応答倍率を示した。境界面での半径方向変位を図-2に示したが $\mu_2/\mu_1 = 1000$ のときは、 ω の増加とともに減少し ρ_2/ρ_1 の値の違いによる差はないが、 $\mu_2/\mu_1 = 100$ のときは

$\rho_2/\rho_1 = 5.0$ では ω の増加とともに大きくなり、密度比の違いによる影響が現れている。図-3は軸方向変位を示しているが、図から明らかなように ω の増加とともに急激に減少し、弾性定数比、密度比の差の影響はあまり大きくない。円筒の内面の軸方向応力は(図-4) $\mu_2/\mu_1 = 100$ では変動しながらも ω の増加とともに大きくなり、 $\mu_2/\mu_1 = 1000$ では、この範囲の計算では $\omega a_1/V_s = 0.5$ 付近で最大値となり、19～20の値を示している。またいずれの場合も $\rho_2/\rho_1 = 5.0$ の方が大きな値となっている。境界面の弾性体の円周方向応力は μ_2/μ_1 、 ρ_2/ρ_1 によってあまり変化せず、 ω の増加とともに増加しているが(図-5)、円筒の円外面の円周方向応力への μ_2/μ_1 、 ρ_2/ρ_1 の変化による影響は場所によって異なり、円筒外面では、ほぼ ω の増加とともに大きくなり、円筒内面では ω の増加とともに小さくなっているが、 $\mu_2/\mu_1 = 1000$ のときは、 $\omega a_1/V_s = 0.75$ 付近で最大値を示している(図-6)。またいずれの場合も $\rho_f/\rho_1 = 5.0$ の方が大きな応答値を示している。

5. むすび 以上示したように円筒と弾性体の弾性定数比、密度比を変化させて行った計算結果からは、変位は円筒の弾性定数の大きなもの程小さく、密度の大きなもの程大きい。また円筒の応力は、 ω の小さな範囲 ($\omega a_1/V_s < 1.5$) では、円筒の弾性定数の大きなもの程大きく、密度の大きなもの程大きいことが示されたが、液体の影響など詳しいことは検討中である。

※参考文献 1) 松岡, 岸, 能町: 土木学会第39回年次学術講演会講演概要集 第1部 pp.745～746, 1984 2) 松岡, 岸, 能町: 第34回応用力学連合講演会講演論文抄録集, pp.203～204, 1984

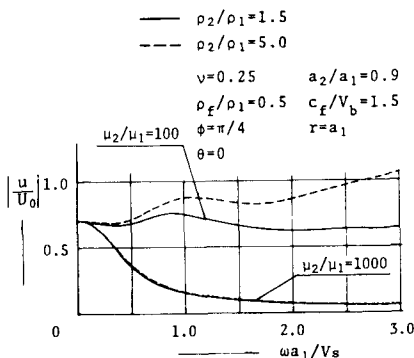


図-2 半径方向変位の応答倍率

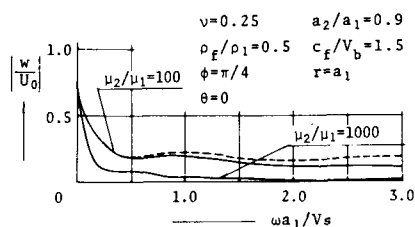


図-3 軸方向変位の応答倍率

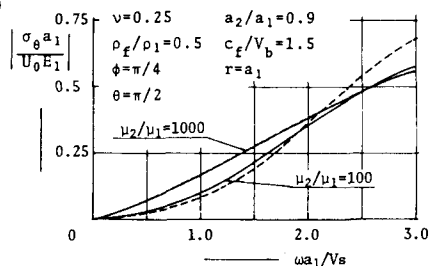


図-4 円筒の軸方向応力の変化

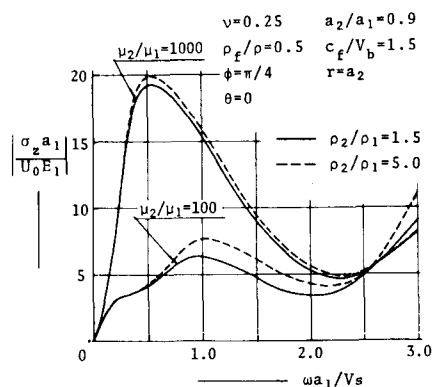


図-5 弾性体の周方向応力の変化

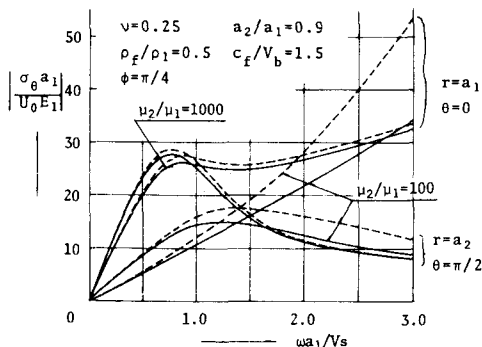


図-6 円筒の周方向応力の変化