I-288　　水平振動する円板のコンプライアンス問題

埼玉大学　正会員　東原　紘道
○　埼玉大学　学生員　宿谷　　勝

1．はじめに

本研究は、半無限弾性体上の円板の動的コンプライアンス問題について、１つの新しい解法を提示するものである。この問題に対する従来の解析的理論は、剛体円板に関するものが大半をしめる。[1] [2] しかし、大型化に伴い基礎の剛性が相対的に低下した円筒貯油タンク等の土木構造物においては剛体の仮定が成り立たず基礎の変形を考慮した解析が必要とされる。この要求に答え、筆者の一人は鉛直任意モードに対する理論を体系化し、軸対称モード、ロッキングモードについてはすでに計算例が報告されている。[3] 本研究では、この理論をさらに水平モードに拡張し解析を行う。

2．解析手法

地盤を半無限弾性体と仮定し、円形基礎にねじれ加振（０次モード）、並進方向加振（１次モード）が作用する場合を考える。ここで、鉛直振動と同様に妹沢[4] の一般解を用いると、円形基礎底面の地盤の水平方向変位 u，v と同応力 τ_{zr}，$\tau_{z\theta}$ は次式により直接対応づけられる。

〔０次モード〕

$$u(r) = -\frac{1}{\mu}\int_0^R s\,ds\cdot f_1^{(0)}(r,s)\cdot\tau_{z\theta}(s) \tag{1}$$

$$v(r) = -\frac{1}{\mu}\int_0^R s\,ds\cdot f_2^{(0)}(r,s)\cdot\tau_{zr}(s) \tag{2}$$

$$f_1^{(0)} = \int_0^\infty \frac{k\beta b^2}{f(k)} J_1(kr) J_1(ks)\,dk \tag{3}$$

$$f_2^{(0)} = \int_0^\infty \frac{k}{\beta} J_1(kr) J_1(ks)\,dk \tag{4}$$

〔１次モード〕

$$\begin{bmatrix} u(r) \\ v(r) \end{bmatrix} = \frac{1}{4\mu}\int_0^R s\,ds \begin{bmatrix} f_1(r,s) & f_2(r,s) \\ f_3(r,s) & f_4(r,s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_{zr}(s) \\ \tau_{z\theta}(s) \end{bmatrix} \tag{5}$$

$$\begin{aligned} f_1 &= A_{m+1} + A_{m-1} - B_m \\ f_2 &= A_{m+1} - A_{m-1} = f_3 \\ f_4 &= A_{m+1} + A_{m-1} + B_m \end{aligned}$$

$$A_m = \int_0^\infty \left[\frac{k\beta b^2}{f(k)} - \frac{k}{\beta}\right] J_m(kr) J_m(ks)\,dk \tag{6}$$

$$B_m = \int_0^\infty \left[\frac{k\beta b^2}{f(k)} + \frac{k}{\beta}\right] \left[J_{m-1}(kr) J_{m+1}(ks) + J_{m-1}(ks) J_{m+1}(kr)\right] dk \tag{7}$$

ここで、

$f(k) = (k^2 + \beta^2)^2 - 4\alpha\beta k^2$

$\alpha^2 = k^2 - a^2$,　$\beta^2 = k^2 - b^2$

$a^2 = \rho\omega^2 / (\lambda + 2\mu)$,　$b^2 = \rho\omega^2 / \mu$

λおよびμ; Lameの定数,　R; 円形基礎の半径,　s; 加振点,　r; 変位の着目点,
u; 放射方向変位,　v; 方位角方向変位,　τ_{zr}; 放射方向応力,　$\tau_{z\theta}$; 方位角方向応力
ω; 加振円振動数,　$J_m(x)$; m次のBessel 関数

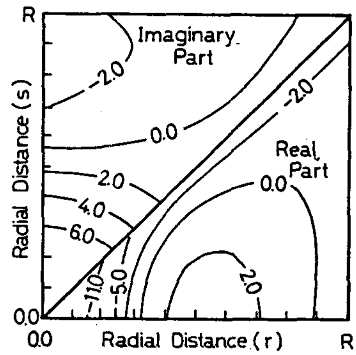
f 1 ; τ_{zr}のuに対する影響を表すグリーン関数。
f 2 ; $\tau_{z\theta}$のuに対する影響を表すグリーン関数。
f 3 ; τ_{zr}のvに対する影響を表すグリーン関数。
f 4 ; $\tau_{z\theta}$のvに対する影響を表すグリーン関数。
$f^{(0)}1$; $\tau_{z\theta}$のuに対する影響を表すグリーン関数。
$f^{(0)}2$; τ_{zr}のvに対する影響を表すグリーン関数。

式（1），（2），（5）は、次のような特徴を有する。

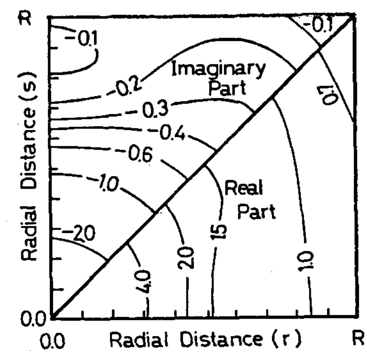
①円形基礎下の応力分布を仮定していない。
②円形基礎は剛体である必要はなく任意の変形をして差支えない。
③応力と変位の関係が直接に表現されている。
④有限区間上の定積分表示であるため、高精度の計算が容易である。また、加振点と変位点が一致する場合、その点は特異点となるが、この特異点も数学的に精密に処理できる。

3．計算結果

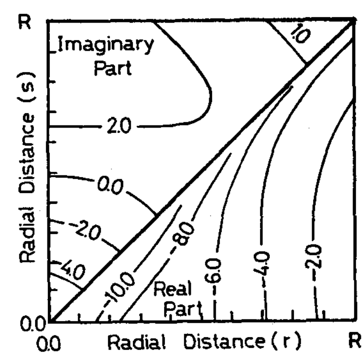
式（3），（4），（6），（7）は無限積分であるが、これに文献3)の方法を適用することにより計算が実行可能である。無次元化振動数 $k\beta \cdot R = 5.0$, ポアソン比 $\nu = 1/3$ の場合のグリーン関数を図－1～図－3に示す。グリーン関数は対角線 r = s について対称であるので、右下に実数部を左上に虚数部を示す。



図－1　f 1(r, s)



図－2　f 2(r, s)



図－3　f 4(r, s)

参考文献

1) Luco, J. E. and R. A. Westmann: Dynamic Response of Circular Footings, Proc. ASCE, Vol. 97, EM. 5, 1971, pp. 1381-1395

2) G. M. L. Gladwell: Forced Tangential and Rotatory Vibration of A Rigid Circular Disc on A Semi-Infinite Solid, Int. J. Engng Sci. Vol. 6 pp. 591-607

3) 東原紘道: Explicit Green s Function Approach to Forced Vertical Vibrations of Circular Disk on Semi-Infinite Elastic Space, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 110, No. 10, October, 1984, pp. 1510-1523

4) 妹沢克惟: Further Studies on Rayleigh-Waves Having Some Azimuthal Distribution, Bulletin of the Earthquake Research Institute, Vol. 6, 1929, pp. 1-18