

専修大学北海道短期大学 正員 三上 敬司
日本大学 正員 能町 純雄
室蘭工業大学 正員 松岡 健一

1. まえがき

落石がサンドクッション材上に落下する場合の衝撃力を算定する理論式は、従来、エネルギー法により衝撃力を求める小松沢の式、Loveの理論を用いた振動履歴推定式がある。しかし、これらは、いずれも土の非弾性効果を考慮に入っていない。そこで、園田らは、吉田らが行った落下衝撃の実験データ¹⁾に基づいて、Hertzの式を改良し、Kelvin・Voigtモデルを用いて土の非弾性効果の一部を考慮した衝撃力を求めている。また、落石衝撃力の推定を目的とした実験に関しては、鋼材クラブ、吉田ら、土木研究所、北海道開発局土木試験所によって行われている。

吉田らの実験によると、平底重錘の衝撃加速度は、錘底、球底重錘の衝撃加速度の2〜3倍であると報告している。そこで、本論文は、ロックシェットの設計上、平底落石で設計することが安全側と考えられるから、平底重錘が、ロックシェット上のサンドクッションへ落下した場合の衝撃力を理論的に解析し、さらに、吉田らの実験結果と比較検討してみた。

2. 理論解析

図-1に示したように、密度 ρ 、ポアソン比 ν 、弾性係数 E 、厚さ d とした無限板上のバネ定数 K 、減衰係数 C_1 、 C_2 とした3要素モデルへ質量 M の平底剛体を高さ H から落下させた場合の衝撃力 P 及びサンドクッションの貫入量 δ を求めてみる。

無限板上に衝撃力 P が作用した場合の円板の振動方程式を半径方向 r 、回転方向 θ とした極座標系で表わすと、次式となる。

$$\rho d \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} + D \left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right] w_0 = P \quad (1) \quad \begin{matrix} \text{ここで、} w_0: \text{鉛直方向変位} \\ D = Ed^3/12(1-\nu^2) \end{matrix}$$

剛体が、3要素モデル上へ落下した場合の運動方程式は、次式となる。

$$M \frac{d^2 w_1}{dt^2} + P = 0 \quad (2) \quad \begin{matrix} \text{ここで、} w_1: \text{上部の Voigt モデルの} \\ \text{変位、} w_2: \text{下部の粘性要素の変位} \end{matrix}$$

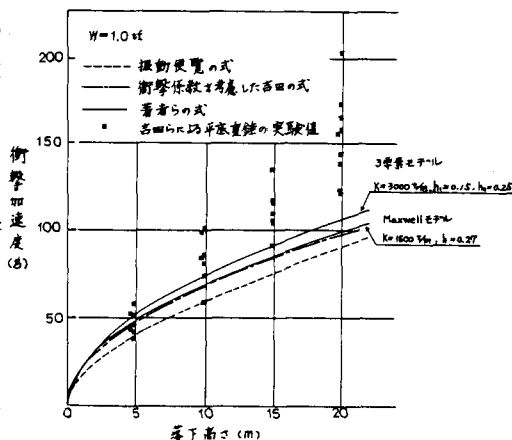
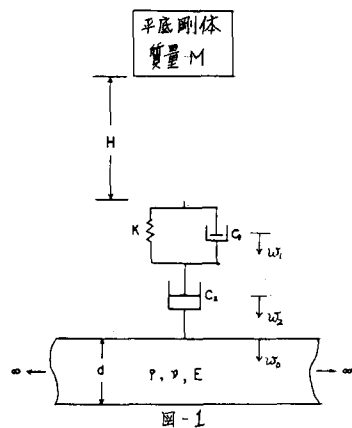
衝撃力 P と各要素の力の釣り合い式は、次式となる。

$$P = K \delta_1 + C_1 \frac{d\delta_1}{dt}, \quad P = C_2 \frac{d\delta_2}{dt} \quad (3) \quad \begin{matrix} \text{ここで } \delta_1 = w_1 - w_2 \\ \delta_2 = w_2 - w_0 \end{matrix}$$

式(1)、(2)、(3)をラプラス変換し、さらに、逆変換して、衝撃力 P 、剛体のサンドクッションへの貫入量 δ を求めると、

$$P = Mw_0 A \frac{e^{-pt}}{b} \left[(a-p) \sin gt + g \cos gt \right] \quad (4)$$

$$\delta = \frac{w_0}{p^2 + g^2} \left[(b+B-a) + \frac{e^{-pt}}{g} \left\{ (B+1)(p^2+g^2) - p(b+B-a) \right\} \right. \\ \left. \times \sin gt - (b+B-a)e^{-pt} \cos gt \right] \quad (5) \quad \begin{matrix} \text{ここで、} p, g \text{ は} \\ \text{ラプラス変換による二次方程式の根の実部、虚部である。} \end{matrix}$$



$$A = \frac{zh_1\omega}{1 + \frac{h_1}{h_2}(1 + \frac{2h_2\omega}{\omega_0})}, B = \frac{\frac{h_1}{h_2}(1 + \frac{2h_2\omega}{\omega_0})}{1 + \frac{h_1}{h_2}(1 + \frac{2h_2\omega}{\omega_0})}, t: \text{時間}$$

$$a = \frac{\omega}{zh_1}, b = \frac{\frac{\omega}{2h_2}(1 + \frac{2h_2\omega}{\omega_0})}{1 + \frac{h_1}{h_2}(1 + \frac{2h_2\omega}{\omega_0})}, \omega = \sqrt{\frac{K}{M}}, C_1 = zh_1\omega, C_2 = zh_2\omega$$

$$\omega/\omega_0 = \sqrt{3(1-\nu^2)(M/\rho d^3)(K/E_d)/4}, \nu_0 = \sqrt{2gH}, g: \text{重力加速度}$$

3. 数値計算

数値計算例として、無限板をコンクリート製のロック・シールドとみなすと、 $\nu = 1/6, E = 2.7 \times 10^6 \text{ t/m}^2, \rho = 0.255 \text{ t/sec}^2/\text{m}^4, d = 0.5 \text{ m}$ とし、サンドクッションのモデルを3要素モデル ($W = 1 \text{ tf}$ の場合 $K = 3000 \text{ t/m}, h_1 = 0.15, h_2 = 0.238, W = 0.3 \text{ tf}$ の場合 $K = 1500 \text{ t/m}, h_1 = 0.15, h_2 = 0.228$) Maxwellモデル ($W = 1 \text{ tf}$ の場合 $K = 1600 \text{ t/m}, h = 0.27, W = 0.3 \text{ tf}$ の場合 $K = 800 \text{ t/m}, h = 0.266$) とした場合の衝撃加速度(衝撃力)と落下高さ、サンドクッション材への貫入量、時間との関係を吉田らの実験データ、他の理論値との比較してみた。

図-2, 3に関して、重錘重量 $W = 1 \text{ tf}, 0.3 \text{ tf}$ とした場合の衝撃加速度と落下高さとの関係を示している。いずれの重量の場合にも実験値とは、比較的一致しているが、他の理論値よりも、3要素モデルの方が、実験値により近い値を示している。

図-4, 5に関して、 $W = 1 \text{ tf}, 0.3 \text{ tf}$ の場合の(落下高さ/貫入量)と衝撃加速度との関係を示している。実験データに多少のバラツキがあるが、3要素モデルの方がモデルよりも全体的に両者の関係を良く表している。特に、 $W = 0.3 \text{ tf}$ の場合は、実験値の傾きと良く一致している。

図-6に関して、 $W = 1 \text{ tf}, H = 15 \text{ m}$ とした場合の時間と衝撃力との関係を示している。衝撃作用時間、最大衝撃力については、3要素モデル、Maxwellモデルともに実験値とはほとんど一致している。最大衝撃力に要する時間に関して Maxwellモデルの場合は、実験値の約2倍であるが、3要素モデルの場合は、実験値とほぼ一致している。

4. あとがき

上述した数値計算結果より、サンドクッション材を本論文の3要素モデルと仮定すれば、衝撃加速度(衝撃力)と落下高さ、貫入量、時間に関していずれも良く一致している。数値計算に関しては、北海道大学大型計算機センターのHITAC-280Hで行った。

5. 参考文献

- 1) 吉田博: 防護覆い上への落石による衝撃力の推定に関する研究 落石実験報告(I) 2) 佐々木, 古賀: 敷砂上の落石の衝撃力に関する実験的研究 土木学会論文集 3) 三上, 能町, 松岡: 無限円板上の減衰バネへ剛体を落下させた場合の衝撃力について 北海道支部論文報告集 第41回, 1985年2月

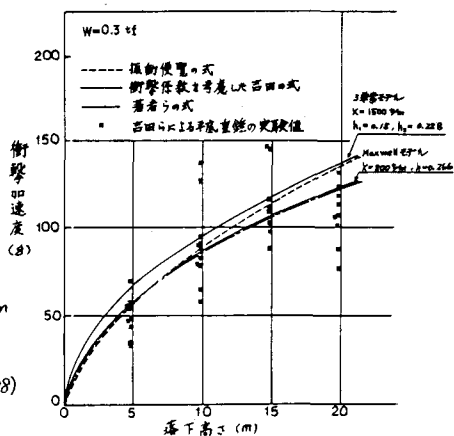


図-3

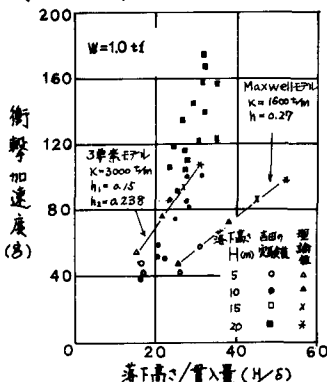


図-4

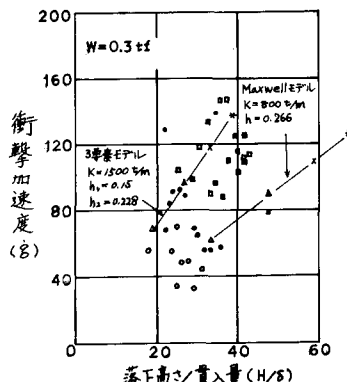


図-5

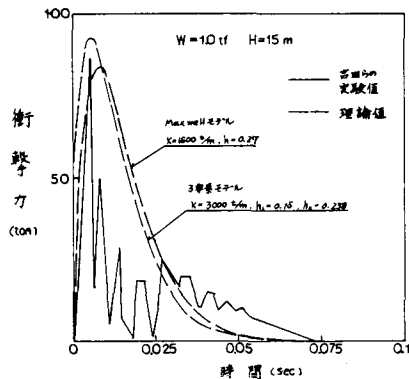


図-6