

武蔵工業大学

正会員

星谷 勝

東急建設(株)

正会員

酒井 邦登

1. まえがき ここに紹介する杭の水平載荷試験における逆算K値の算定手法は、拡張カルマン・フィルターを有効に用いて、効率的な同定とその結果の精度を高める、重み付きグローバルな繰り返し法(EK-WGI法)を初めて動的問題ではなく静的問題に適用した確率論に基づく最適推定手法である。

2. 理論式 弾性領域の杭の基本式・移行行列を示し、杭部材の断面変化点と地層変化点毎に移行行列を求め、EK-WGI法に定式化する。弾性床上の梁の基礎微分方程式は式(1)で示される。

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + KDy = 0 \quad \text{—— (1)}$$

式(1)を解いて、 $x=0, x=1$ としてマトリックス表示すると、

$$\begin{bmatrix} y_0 \\ \theta_0 \\ M_0 \\ S_0 \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ \beta & \beta & -\beta & \beta \\ 0 & -2EI\beta^3 & 0 & 2EI\beta^3 \\ 2EI\beta^3 & -2EI\beta^3 & -2EI\beta^3 & -2EI\beta^3 \end{bmatrix}_i \times \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix}_i \quad \text{—— (2)}$$

x : 部材端から着目点までの距離
 y : x における変位
 EI : 杭の剛性
 K : 横方向地盤反力係数
 D : 杭幅

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ \theta_1 \\ M_1 \\ S_1 \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} e^{\beta l} \cos \beta l & e^{\beta l} \sin \beta l & e^{-\beta l} \cos \beta l & e^{-\beta l} \sin \beta l \\ \beta e^{\beta l} (\cos \beta l - \sin \beta l) & \beta e^{\beta l} (\cos \beta l + \sin \beta l) & \beta e^{-\beta l} (-\cos \beta l - \sin \beta l) & \beta e^{-\beta l} (\cos \beta l - \sin \beta l) \\ 2EI\beta^3 e^{\beta l} \sin \beta l & -2EI\beta^3 e^{\beta l} \cos \beta l & -2EI\beta^3 e^{-\beta l} \sin \beta l & 2EI\beta^3 e^{-\beta l} \cos \beta l \\ 2EI\beta^3 e^{\beta l} (\cos \beta l + \sin \beta l) & 2EI\beta^3 e^{\beta l} (-\cos \beta l + \sin \beta l) & 2EI\beta^3 e^{-\beta l} (-\cos \beta l + \sin \beta l) & 2EI\beta^3 e^{-\beta l} (-\cos \beta l - \sin \beta l) \end{bmatrix}_i \times \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix}_i \quad \text{—— (3)}$$

$$\beta = \sqrt{\frac{KD}{4EI}} \quad \text{—— (4)}$$

ここに「 C_1, C_2, C_3, C_4 」は i 部材両端の状態により決まる積分定数である。

式(2), (3)を簡単に式(5), (6)で表現する。

$$V_{x=0}^i = D_0^i \cdot A^i \quad \text{—— (5)} \quad V_{x=1}^i = D_1^i \cdot A^i \quad \text{—— (6)}$$

式(5), (6)をまとめると、

$$V_{x=1}^i = D_1^i \cdot D_0^{i-1} \cdot V_{x=0}^{i-1} \quad \text{—— (7)}$$

杭部材の分割点では、たわみ、たわみ角、モーメント、せん断力はすべて連続であるから、 $V_{x=0}^{i+1} = V_{x=1}^i$ (8)

式(7), (8)により、 $(i+1)$ 点の変位と応力が i 部材の移行行列を介して i 点の変位と応力で表現された。

EK-WGI法に定式化するとき、観測量はたわみであるから観測方程式は、

$$y_0^{i+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot V_{x=0}^{i+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot V_{x=1}^i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot D_1^i \cdot D_0^{i-1} \cdot V_{x=0}^{i-1} \quad \text{—— (9)}$$

式(9)の観測方程式は K について非線形であるからEK-WGI法に組み込むために状態量(K 値)で偏微分し線形化する。観測方程式の線形化フィルターは、

$$M(k) = \frac{\partial y^{i+1}}{\partial k} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \left[\frac{\partial D_1^i}{\partial k} \cdot D_0^{i-1} + D_1^i \cdot \frac{\partial D_0^{i-1}}{\partial k} \right]_k \cdot V_{x=0}^{i-1} \quad \text{—— (10)}$$

右辺の $V_{x=0}^{i-1}$ は常に前区間の推定 K 値による計算結果(定数)として取り込まれる。ただし、 $i=1$ のときは $V_{x=0}^1$ はすべて測定データが入力される。

状態方程式は拡張カルマン・フィルターの繰り返し計算数が増加しても状態量(K 値)は変化しないことから式(11)で表現される。

$$K(k) = K(k-1) \quad \text{—— (11)}$$

ただし、式(10), (11)の k は区間内の繰り返し計算における観測データの番号であり $k=1$ しか取り得ない。

以上より、杭の応力計算はEK-WGI法に定式化できる。

本手法は、区間毎に拡張カルマン・フィルターの重み付きグローバルな繰り返し計算(EK-WGI法)を行い推定 K 値が収れんしたとき、この値により得られた変位と応力を次区間の入力値として用い、次区間の K 値の推定を行い、順次、深さ方向に区間を更新するものである。

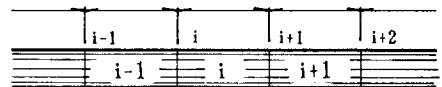
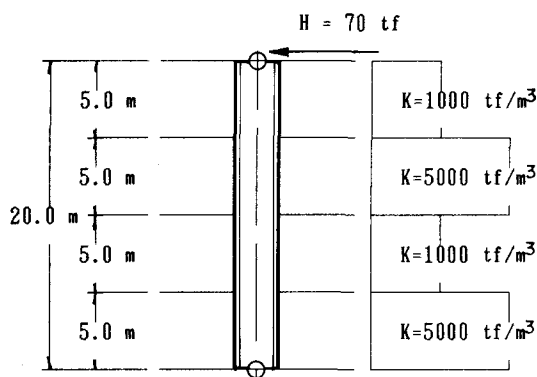


図-1 移行行列の説明

3. Simulation 紹介した逆算K値の算定法の適用に際しては、水平力載荷試験結果から得られる杭の変位および応力の観測値が必要となる。ここでは、杭の特性および横方向地盤反力係数K値を既知として式(7)の重ね合わせたマトリックスに上下端の支持条件を導入し変位および応力を計算し、その計算値を観測値(変位)とみなして、これと杭の諸条件よりK値を未知数として推定した。

本ケースは4層の複合地盤を想定し諸条件は図-2に示す。



杭の特性：弾性係数 $E = 2.1 \times 10^7 \text{ tf/m}^2$
断面2次モーメント $I = 0.8 \times 10^{-2} \text{ m}^4$
杭幅 $D = 1.0 \text{ m}$
杭長 $L = 20.0 \text{ m}$
水平載荷力： $H = 70 \text{ tf}$
先端支持条件：ピン

図-2 地盤および杭の諸条件

表-1に横方向地盤反力係数の推定結果を示すが、状態量(K値)の推定誤差の共分散に 10^2 、観測値に含まれている雑音の共分散に 10^{-5} 、推定値の初期値として 10^2 、各区間毎の繰り返し計算回数に10回と各条件を設定して推定計算を行った。

表-1 K値の推定結果

深さ m	正解値 tf/m ³	初期値 tf/m ³	収束値 tf/m ³
0.0~5.0	1000.0D+00	100.0D+00	0.100000000D+04
5.0~10.0	5000.0D+00	100.0D+00	0.499999999D+04
10.0~15.0	1000.0D+00	100.0D+00	0.999999852D+03
15.0~20.0	5000.0D+00	100.0D+00	0.500000376D+04

状態量(K値)の推定誤差の共分散に $10 \sim 10^2$ 、観測値に含まれている雑音の共分散に $10^{-7} \sim 10^{-3}$ 、状態量(推定値)の初期値として $0.0 \sim 10^4$ 、の各範囲内の条件を仮定しても、推定結果に影響を与えず、各区間毎に5~20のグローバルな繰り返しを行えば、十分安定した結果が得られることが判明した。

4. おわりに EK-WGI法を用いて、水平方向の外力を受ける杭における横方向地盤反力係数K値の推定を行った。本論文で提案したEK-WGI法の静的構造物への適用と区間毎のグローバルな繰り返し手法は、数値的に有効性が確認された。問題点として、分割数が多いときは区間毎に収束させるため誤差が累積し、深さ方向に推定値が離れていく傾向がある。逆に、データが少ないとき、区間内の横方向地盤反力係数は一定としたため実際の地盤の性状の変化に対応できないことが予想される。しかし、通常の水平力載荷試験における傾斜計による測定であれば、分割数の点でも実測データの精度の点でも本手法は十分に適用が可能であると考え。今後、実測データによる本手法の照査・確認を行う予定である。

※参考文献 松本他「軟弱地盤における大規模アースアンカー山留めの計測管理による対策と施工」土と基礎, VOL.30, NO.4, 1982; 塩田他「国鉄大阪駅ビル工事における山留めの計測結果の報告(その5)」第18回土質工学研究発表会講演集, 1983.6; 塩井他「逆算K値の一算定手法」土と基礎, VOL.30, NO.4, 1982; 星谷・斎藤「拡張カルマン・フィルターを用いた同定問題の各種振動系への応用」土木学会論文報告集, NO.339, pp59~67, 1983-11; 星谷・斎藤「線形多自由度系の動特性の推定」土木学会論文報告集NO.344, pp289~298, 1984-4; 横山「杭構造物の計算法と計算例」山海堂, 1977