

愛媛大学工学部 正員 大賀 水田生
 愛媛大学工学部 学員 中嶋 浩之
 徳山高専 正員 原 隆
 徳山高専 正員 重松 恒美

1. まえがき

面内変動荷重を受ける板構造の動的安定問題¹⁾いわゆる面外係数²⁾振振動問題に関する研究としては、解析的な取扱³⁾いの他に実際の振動性状を調べる時間応答解析が考えられる。著者らは、この時間応答解析での計算機容量を低減する目的で有限要素法と伝達マトリックス法を組合せる方法(FETM)による応答解析を試みている。しかし、これらの研究は理論的研究がほとんどであり、実験的な研究はあまり見受けられない。そこで、本研究では等分布面内周期荷重を受ける四辺単純支持板の面外振動応答実験を行い、得られた振動性状とFETMにより得られたそれを比較することにより、本法の実際上の妥当性を検討するとともに、面内変動荷重を受ける板構造の動的挙動に関する基礎的考察を行った。

2. 解析方法

本研究では、有限要素法と伝達マトリックス法と結合させる方法とNewmarkの β 法と組合せることにより、動的応答解析を行う。本法では、図-1(a)に示すように板をstripに分割し、さらにそれぞれのstripを有限要素に再分割する。それぞれのstripに対する時刻 $(t+\Delta t)$ での増分形の運動方程式は次のように表される。

$$M\Delta\ddot{x} + C\Delta\dot{x} + \left[K + \{P_0 + P_1 \sin \theta(t+\Delta t)\} K_G \right] \Delta x + \left[\{P_1 \sin \theta(t+\Delta t) - P_1 \sin \theta t\} K_G \right] x(t) = \Delta Q \quad \text{----(1)}$$

ここに、 M , C , K , K_G はそれぞれ各stripの質量、減衰、剛性、幾何剛性マトリックス、 ΔQ は増分節点カベクトル、 P_0 , P_1 , θ はそれぞれ静的荷重、周期荷重の振幅、周期荷重の円振動数、 $\Delta\ddot{x}$, $\Delta\dot{x}$, Δx はそれぞれ加速度、速度、変位の増分ベクトルを表す。ここで、時刻 t における状態量を既知量とし、Newmarkの β 法で用いられる近似式

$$\Delta\ddot{x} = \frac{1}{2\beta\Delta t} \Delta\dot{x} - \frac{1}{2\beta} \dot{x}(t) + \Delta t \left(1 - \frac{1}{4\beta}\right) \ddot{x}(t) \quad \text{----(2)}$$

$$\Delta\dot{x} = \frac{1}{\beta\Delta t} \Delta x - \frac{1}{\beta\Delta t} \dot{x}(t) - \frac{1}{2\beta} \ddot{x}(t) \quad \text{----(3)}$$

を式(1)に代入し整理すると次式となる。

$$A \Delta x + G(t) = \Delta Q \quad \text{----(4)}$$

$$\text{ただし、} A = \left[\frac{M}{\beta(\Delta t)^2} + \frac{C}{2\beta\Delta t} + K + \{P_0 + P_1 \sin \theta(t+\Delta t)\} K_G \right]$$

$$G = -\frac{M}{\beta(\Delta t)^2} \left[\dot{x}(t) + \frac{\Delta t}{2} \ddot{x}(t) \right] - \frac{C}{2\beta} \left[\dot{x}(t) + \Delta t \left(\frac{1}{2} - 2\beta \right) \ddot{x}(t) \right] + \{P_1 \sin \theta(t+\Delta t) - P_1 \sin \theta t\} K_G x(t)$$

式(4)の左側節線上および右側節線上の成分を区別して表示する

$$\text{と、} \begin{Bmatrix} \Delta Q^L \\ \Delta Q^R \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{LL} & A_{LR} \\ A_{RL} & A_{RR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta x^L \\ \Delta x^R \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} G^L(t) \\ G^R(t) \end{Bmatrix} \quad \text{----(5)}$$

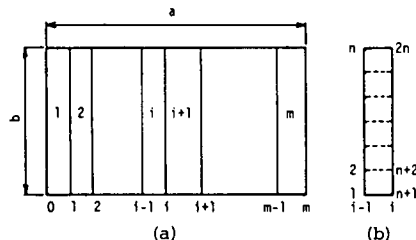


図-1 要素分割

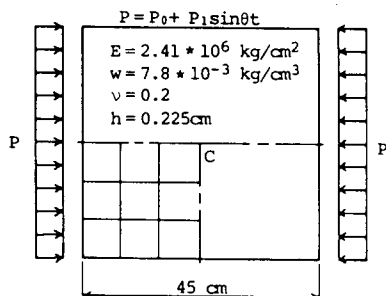


図-2 供試体

式(5)を変換することにより、Stripの右側節線上の節点変位、節点力 ΔZ^R と左側節線上のそれら ΔZ^L を関係づける伝達マトリックス Π が得られる。

$$\Delta Z^R = \Pi \cdot \Delta Z^L \quad \text{-----(6)}$$

上式を用いて、伝達マトリックス法の手順に従い、順次時刻 $(t+\Delta t)$ における各節線上の未知状態量を決定していく。

3. 実験概要

応答実験は、図-2に示す一辺 $a=45\text{ cm}$ 、板厚 $t=0.225\text{ cm}$ の正方形鋼板を単純支持状態で振動試験機にセットし、面内周期荷重 $P=P_0+P_1\sin\theta t$ ($P_0=1000\text{ kg}$, $P_1=400\text{ kg}$)を作用させて行い、板に生じる曲げおよび軸方向歪を測定した。実験は、動的荷重の振動数を種々変化させて行ったが、振動試験機の性能の関係でその最大値を40 Hzとした。

4. 数値計算

静的荷重載荷時の供試体の固有振動数 $\omega/2\pi = 40.0\text{ Hz}$ を参考にし、解析モデルの動的弾性係数は $E=2410000\text{ kg/cm}^2$ 、座屈荷重は $P_{cr}=2090\text{ kg}$ とした。本研究の数値計算では、初期変形の影響を静的面外荷重により考慮することとし、振動実験の静的荷重載荷時に板中央に生じた曲げ歪と同等の歪を生じるような等分布荷重を作用させた。

5. 実験結果と数値計算結果の比較

外力振動数 $\theta/2\pi = 34, 36, 38$ および40 Hzについて応答解析を行い、実験値との比較を行った。これらの載荷荷重の動的安定・不安定領域図における位置を図-3に示している(A1~A4)。 $\theta/2\pi = 34, 36$ (A1, A2)は安定域に属し、 $\theta/2\pi = 38, 40$ (A3, A4)は第2不安定領域境界付近である。図-4, 5, 6に $\theta/2\pi = 36, 38$ および40 Hzの場合の板中央点Cでの曲げ歪の応答波形を示している。数値計算および実験による応答波形は、その振幅に差が生じているが、振動特性は良く一致しており、外力振動数の増加と共に安定領域から不安定領域に移行している。不安定領域での応答波形(図-6)の振幅は、数値計算では時間と共に増大しているのに対し、実験ではある値以上になっていない。これは、実験では変形が大きくなると幾何学的非線形が生じ、変位が抑えられるためであると思われる。

参考文献

- 1) 高橋他; 土木学会論文報告集, 第341号 1984, 1,
- 2) 倉西, 嶋; 第37回年次講演会概要集, 第1部, I-6, 1982,
- 3) 大賀他; 土木学会中四国支部講演会概要集 1985, 5

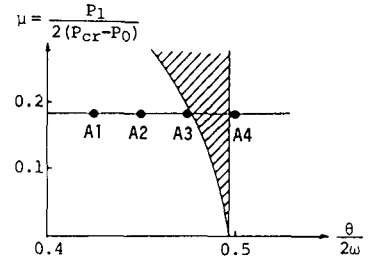
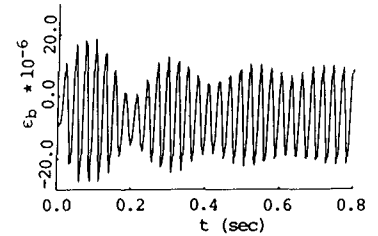
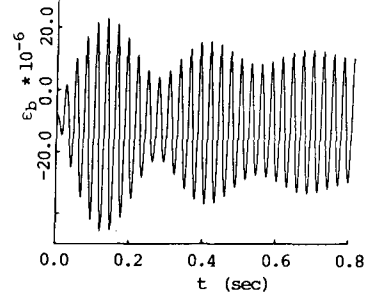


図-3 動的安定・不安定領域図

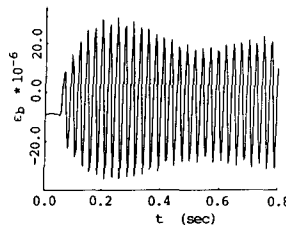


(a) 実験

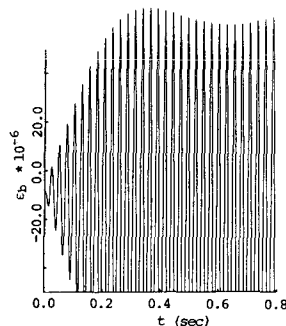


(b) 理論

図-4 応答曲線(A2)

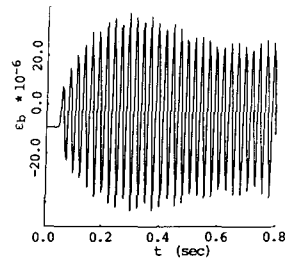


(a) 実験

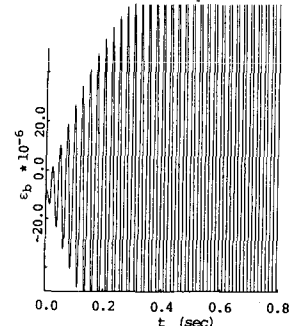


(b) 理論

図-5 応答曲線(A3)



(a) 実験



(b) 理論

図-6 応答曲線(A4)