

道路公団 正員 細 木 康 夫
山口大学 正員 倉 田 忠 義

1. まえがき 高速鉄道車両による橋げたの動的応答が、低速走行する車両によるそれらに比べて大きくなることから、編成列車の軸距の影響、すなわち、周期性鉛直荷重による強制振動の問題として、これまでに詳しく調査工学的設計に反映されている¹⁾。本研究は、上記の強制振動の問題とは異なり、車軸などのばね下質量が橋げた上を移動するとき、橋げたの質量が周期的に変動することによる応答問題である。新幹線車両は1車両の車体質量39tに対して、1台車の質量は約10t、その内車輪が約5tである。車輪がけらと1体となって運動すると考えると、けらに対する付加質量は約5tである。また、車両の枕ばね(0.9%)に対して軸ばね(5.2%)が硬いことを考えると、けらに対する付加質量は10tに近いものになることが予想される。したがって、付加質量とけら質量の比はけらのスパンによっても異なるが、コンクリート橋ではスパン30mで5%、スパン10mで16%、鋼けらではスパン30mで10%、スパン16mで40%にもなる。ここでは鋼けらEを対象として、付加質量が一定速度でけら上を移動するとき、けらの運動方程式がHill方程式になることを示し、若干のけらに対する安定図を示す。

2. けらの運動方程式と境界振動数方程式 図-1を参考にすると、

けらの運動方程式は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} m(\ddot{U}_s + y_s \ddot{\theta}) + EI_{xx} U_s^{(m)} - \bar{g}_x &= 0, \\ m(\ddot{U}_s - x_s \ddot{\theta}) + EI_{yy} U_s^{(m)} - \bar{g}_y &= 0, \\ \mu I_{ps} \ddot{\theta} + m(y_s \ddot{U}_s - x_s \ddot{U}_s) + EI_{\theta} \ddot{\theta} - GK \theta + \bar{g}_x(e_{iy} - y_s) \\ &\quad - \bar{g}_y(e_{ix} - x_s) + \bar{m}_z = 0. \end{aligned} \quad \dots (1)$$

ここで、 m : けらの単位長さ質量、 μI_{ps} : けらの単位長さ質量の慣性モーメント、

$-x$ 、 y : EI_{xx}, EI_{yy} : 曲げ剛性、 EI_{θ} : 曲げねじり剛性、 GK : ねじり剛性、 $(\cdot)' = \partial/\partial x$, $(\cdot)'' = \partial^2/\partial x^2$ 。

$\bar{g}_x, \bar{g}_y$ 及び $\bar{m}_z$ は荷重の質量による付加慣力及び慣性モーメントで、図-2のように荷重の集中質量が分布し、速度 V で移動するとき、次式で表わされる。式中、 M_0 : 荷重の集中質量、 J_0 : 集中質量の慣性モーメント。

$$\begin{aligned} \bar{g}_x &= \begin{cases} -M_0 \sum_{j=1}^n \ddot{U}_s - (e_{iy} - y_s) \ddot{\theta} \delta(x - \xi(\alpha_j)) & 0 \leq t < T_s \\ -M_0 \sum_{j=1}^n \ddot{U}_s - (e_{iy} - y_s) \ddot{\theta} \delta(x - \xi(\alpha_j)) & T_s \leq t \leq T_p \end{cases} \\ \bar{g}_y &= \begin{cases} -M_0 \sum_{j=1}^n \ddot{U}_s + (e_{ix} - x_s) \ddot{\theta} \delta(x - \xi(\alpha_j)) & 0 \leq t < T_s \\ -M_0 \sum_{j=1}^n \ddot{U}_s + (e_{ix} - x_s) \ddot{\theta} \delta(x - \xi(\alpha_j)) & T_s \leq t \leq T_p \end{cases} \\ \bar{m}_z &= \begin{cases} -J_0 \sum_{j=1}^n \ddot{\theta} \delta(x - \xi(\alpha_j)) & 0 \leq t < T_s \\ -J_0 \sum_{j=1}^n \ddot{\theta} \delta(x - \xi(\alpha_j)) & T_s \leq t \leq T_p \end{cases} \end{aligned} \quad \dots (2)$$

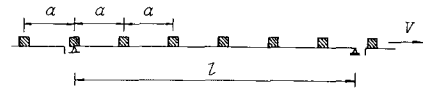


図 - 2

ここで、 $\xi(\alpha_j) = Vt + (j-1)a$
 $T_s = \{l - (n-1)a\}/V$, $T_p = a/V$ 。

式(2)を(1)に代入、振動変位を次のように基準座標と基準関数の積で表わすとき、

$$U_s = \sum_{R=1}^N P_R(t) U_{sR}(x), \quad U_s = \sum_{R=1}^N Q_R(t) U_{sR}(x), \quad \theta = \sum_{R=1}^N Z_R(t) \theta_R(x), \quad \dots (3)$$

運動方程式(1)は式(4)のように基準座標に関する運動方程式で表わされる。

$$(A + A_M) \ddot{f} + D \dot{f} + B f = 0 \quad \dots (4)$$

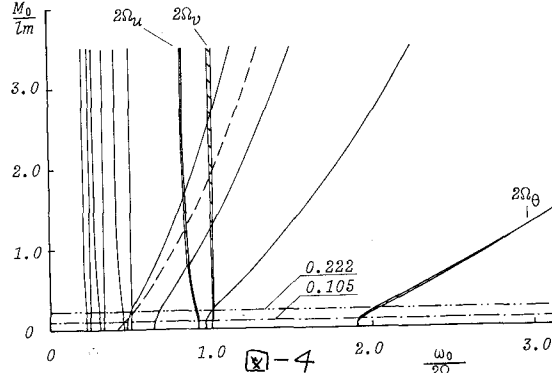
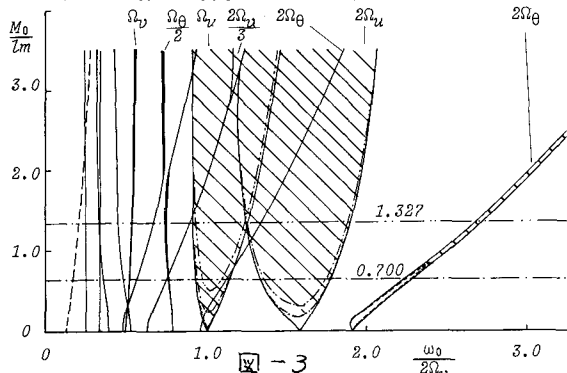
ここで、 A : けらの質量行列、 A_M : 付加質量の質量行列、 D : 減衰行列、 B : 剛性行列、 f : 基準座標ベクトルである。 A_M は式(2)より明らかのように、周期 T_p をもつ周期関数である。したがって、式(3)はHill方程式に相当する。Hill方程式であることより、不安定振動(単純パラメトリック共振)を起す固有振動数は

不安定振動を起す境界の振動解係数の周期と等しいが、2倍の周期をもつ調和振動で表わすとき、右記の境界振動方程式が求められる。式中、 $\omega_0 = 2\pi/\tau_p = 2\pi v/a$: 荷重移動振動数と等しい。

$$\begin{aligned} & -\frac{\omega_0^2}{4}([A]_1 + \frac{1}{2}[A_M]_1) + \frac{\omega_0}{2}[D]_1 + [B]_1 = 0, \\ & -\frac{\omega_0^2}{4}([A]_2 + \frac{1}{2}[A_M]_2) + \frac{\omega_0}{2}[D]_2 + [B]_2 = 0, \\ & \dots \quad (4) \end{aligned}$$

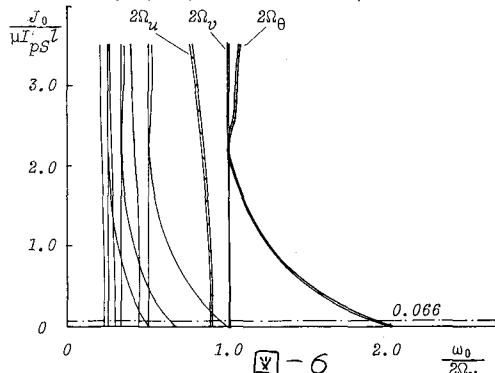
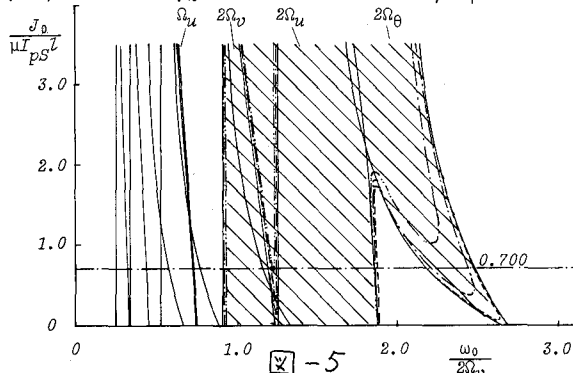
3. 橋げたの安定図 対象げたとして主げたの間隔を1.9mあるいは2.0mに修正したKS-18用上路プレートガータに相当するけたを採用した。けたに対する付加重量として車輪重量(5.85t)と車輪と台車重量(12.43t)を想定した。計算は A_M に含まれる M_0/lm あるいは $J_0/\mu I_{psl}$ を与えられたときの境界振動数 ω を式(4)より求め、安定図として図示した。 ω_0 が求められると $\omega_0 = 2\pi v/a$ ($a=12.5m$)の関係より速度 v が求められる。

初めに、鉛直振動に対する付加重量の影響を調べるため、 $J_0/\mu I_{psl} = 0$ としたときの M_0/lm の変化に伴う不安定領域を求め図-3及図-4に示した。図-3はスパン12.9m、図-4はスパン31.5mのけたの安定図である。



図中、水平の一点鎖線は車輪のみが付加重量とされた場合の M_0/lm の位置で、二点鎖線は車輪と台車が付加重量である場合の位置である。斜線部分が不安定領域であり、 M_0/lm の増加に伴って不安定化することがわかる。図中の斜めの破線は $v=300km/h$ の位置を示し、スパン12.9mでは、かなり高速で不安定振動を起す。スパンが31.5mではこの速度内に不安定領域があることを示している。しかし、このけたの M_0/lm は図より明らかに小さく、低い位置にあるので現実には不安定振動の起る可能性が低いことを示している。

次に、水平・内じり振動に対する付加重量の影響を、スパン12.9m及び31.5mのけたについて、車輪と台車が付加重量となり M_0/lm が与えられたときの $J_0/\mu I_{psl}$ の変化に伴う不安定領域を図-5及図-6に示す。



図中、水平の一点鎖線は車輪と台車の $J_0/\mu I_{psl}$ の値を示している。この場合でも、実橋で不安定振動の起る可能性は小さいことがわかる。

- 1) 松浦：高速鉄道における橋桁の動的応答に関する研究，鉄道技術研究報告，No.1074，1978年3月。
- 2) T.Aida: Dynamic Stability of Thin Walled Beams under Traveling Follower Load Systems, Journal of Sound and Vibration, Vol. 86, No.2, pp.265~277 (1983).