

九州大学工学部 学生員 〇七浦恒康
九州大学工学部 正会員 彦坂 熙
三菱重工業 正会員 奥蘭 稔

1. 緒言

荷重の走行に伴うはりの動的応答問題は、橋梁やクレーンガーダーの設計活荷重を定める基礎資料として古くから研究が行われてきた。近年は構造物の疲労、橋梁から発生する低周波空気振動、歩行者の振動感覚等の研究にも応用され、その成果は、限界状態設計法への移行に際して使用限界状態の照査基準の設定に利用されるものと思われる。この問題に関する従来の解析において、はりの動的応答は無載荷時の自由振動モードの重ね合わせにより得られるものと仮定されている。本研究は、鉄道橋・モノレール軌道橋・クレーンガーダー・比較的短スパンの道路橋のように、走行荷重の質量がはりの質量に比べて無視できない場合に、無載荷時のはりの固有振動数、振動モードを用いるいわゆる振動形解析法を適用することの妥当性を検証するため、走行車両-はり系の連成運動方程式を有限要素法により直接解くことを試み、本問題における有限要素法の収束性を明らかにするものである。

2. 走行車両-はり系の有限要素法による解析

図-1に示す1自由度振動系にモデル化された車両が一定速度 v で走行する場合、車両-はり系の運動方程式は、はりを曲げ剛性 EI 、単位長さ当たりの質量 m 、減衰係数 C_b の曲げ要素に分割し、要素 (i) 上に車両があるとき、次式で表わされる。

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + C_b \frac{\partial w}{\partial t} = \begin{cases} M_0(g - \ddot{z})\delta(x - vt) \cdots \text{要素}(i) \text{のみ} \\ 0 \cdots (i) \text{以外の要素} \end{cases} \quad (1)$$

ただし、 g は重力の加速度、 $\delta(x)$ はディラックのデルタ関数

はり要素には、図-2のように慣用の1節点2自由度、 4×4 の剛性マトリックスを用い、また要素質量マトリックスは動的解析の精度を上げるために 4×4 の consistent mass マトリックスを用いる。

はり全体の運動方程式およびばね上質量の運動方程式は、それぞれ次式で表わされる。

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} - M_0 g \left(1 - \frac{\ddot{z}}{g}\right) \begin{Bmatrix} 0 \\ f_i \end{Bmatrix} = 0 \quad (2)$$

$$\ddot{z} + 2h_n \omega_n (\dot{z} - f_i^T \{u_i\}) + \omega_n^2 (z - f_i^T \{u_i\}) = 0 \quad (3)$$

ここに、 $[M]$: 質量マトリックス、 $[C]$: 減衰マトリックス、 $[K]$: 剛性マトリックス

$\{u\}$: 変位ベクトル、 $\{u_i\}$: 要素 (i) の変位ベクトル (4×1)

ω_n : 車両の固有円振動数、 h_n : 車両の減衰定数

式(2)、(3)中の $\{f_i\}$ は、図-2のように走行荷重 $p(t)$ が要素 (i) のみに作用することを考えて導かれる 4×1 の荷重マトリックスで、次の内容をもつ時間の関数となる。

$$\{f_i\}^T = \left[1 - 3\left(\frac{a}{l}\right)^2 + 2\left(\frac{a}{l}\right)^3, \quad a - 2\frac{a^2}{l} + \frac{a^3}{l^2}, \quad 3\left(\frac{a}{l}\right)^2 - 2\left(\frac{a}{l}\right)^3, \quad -\frac{a^2}{l} + \frac{a^3}{l^2} \right] \quad (4)$$

既往の解析では、式(2)の変位 $\{u\}$ を予め求められているはりの固有振動モードの重ね合わせで仮定しているが、

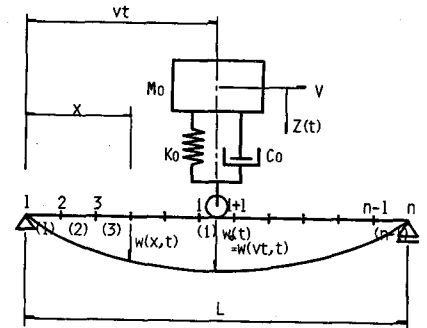


図-1 橋梁-車両系解析モデル

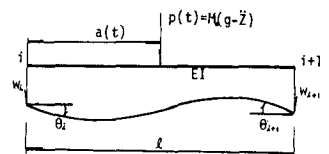


図-2 はり要素 (i)

本研究では式(2)、(3)をそのまま数値積分して解を求めることとする。ただし、はりの減衰が走行荷重応答に及ぼす影響は小さいものとし、簡単のため、 $\{M\}^T\{c\} = 2h\omega_c^2 I_L$ と置く。ここに、 h ：はりの減衰定数、 ω_c ：はりの1次固有円振動数、 I_L ：単位行列

3. 数値解析結果

(i) 要素分割数と解の収束状況

表-1の諸元をもつ単純ばり上を表-2の車両が走行する場合について、はりの支間中点のたわみ w 、速度 $\dot{w}$ 、加速度 $\ddot{w}$ 、曲げモーメント M および端せん断力 Q の各応答最大値を、要素分割数を変えて求めた結果を表-3に示す。加速度以外のすべての応答解析は、支間中点のみに節点を設けた2分割有限要素法で十分といえる。1次固有振動数の高い $L=20m$ のはりの加速度応答の収束が悪いのは、時間領域の数値積分の精度も関係すると思われる。

(ii) 有限要素法による直接解と振動形解析法による解の比較

図-3は、車両の走行に伴う $L=40m$ のはりの支間中点における加速度 $\ddot{w}$ 、速度 $\dot{w}$ 、たわみ w の、2分割有限要素法(実線)と1次モードのみを用いた振動形解析法(破線)とによる応答と一緒にプロットしたものであるが、破線は実線にほとんど重なって表われていない。しかし支間中点の曲げモーメントと端せん断力の応答は、図-4(a)のように1次モードのみを用いた振動形解析法では不十分であり、7次振動モードまで用いたとき図-4(b)の結果を得る。

図-5は表-2のパラメータのうち総重量のみを30tonに増した車両が $L=20m$ のはり上を走行する場合の有限要素解(2分割)と振動形解析解(1次モードのみ)の一部をそれぞれ実線と破線でプロットしたものである。このように車両の質量がはりの質量に比べてかなり大きい場合でも、はりの走行荷重応答解析に無載荷時の固有振動モードを用いる振動形解析法の妥当性が検証されたといえる。

表-1 単純ばりの諸元 表-2 車両パラメータ

支間 L (m)	総重量 (ton)	曲げ剛性 EI (kg・cm ²)	1次固有 振動数 (Hz)	減衰 定数	総重量 (ton)	20.0
					固有振動数(Hz)	3.0
20.0	48.4	6.21×10^{12}	6.23	0.02	減衰定数	0.03
40.0	106.8	24.41×10^{12}	2.93	0.02	走行速度V(km/h)	40.0

表-3 はりの要素数と応答最大値

支 間	L=20 m			L=40 m		
	要素数	2	4	6	2	4
$W_{\max}$ (cm)	0.6062	0.6069	0.6078	1.180	1.178	1.176
$\dot{W}_{\max}$ (cm/s)	2.323	2.325	2.318	5.594	5.573	5.597
$\ddot{W}_{\max}$ (cm/s ²)	59.0	65.5	71.4	95.3	98.8	99.8
$M_{\max}$ (t・in)	102.3	102.1	102.1	208.4	208.1	207.7
$Q_{\max}$ (t)	23.07	23.03	23.03	23.32	23.22	23.23

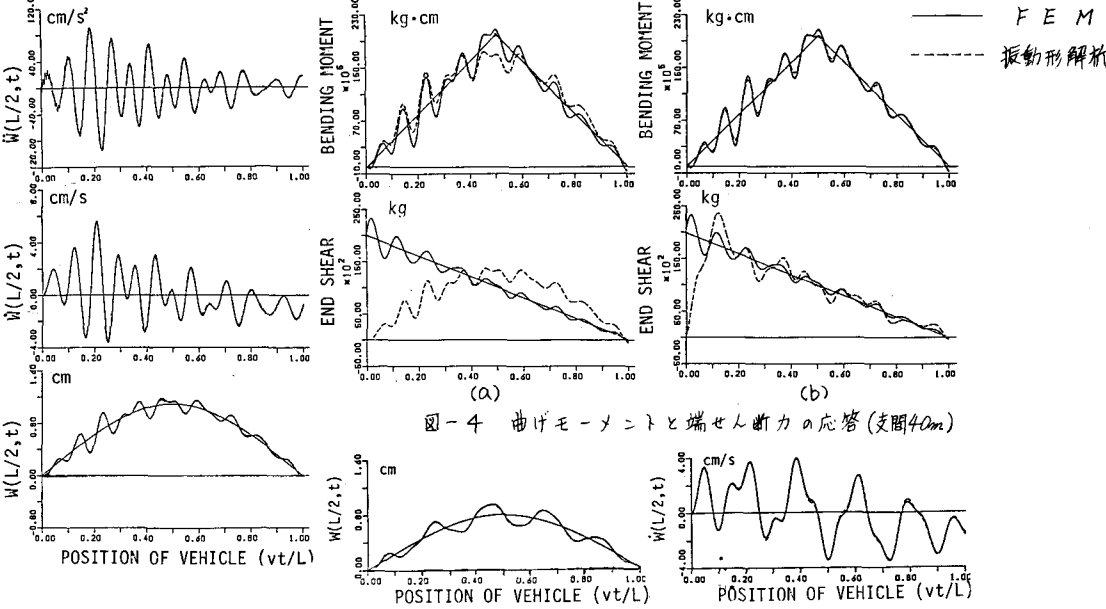


図-4 曲げモーメントと端せん断力の応答(支間40m)

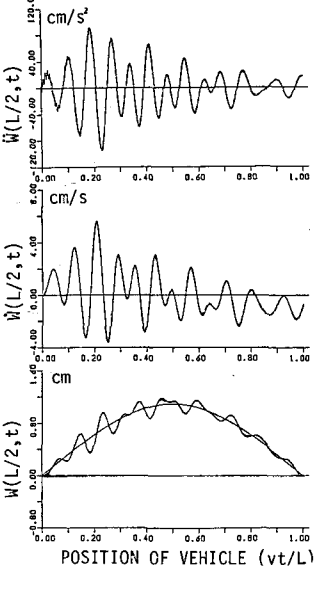


図-3 支間40m橋の動的応答

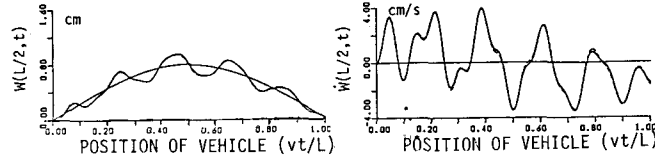


図-5 支間20m橋の動的応答