

大阪府 正員 森田 英誠
 大阪市立大学 正員 園田 恵一郎
 大阪市立大学 正員 小林 治俊
 大阪市立大学大学院 学生員 山中 和明

1 まえがき 曲線橋を平板構造とみなした場合には扇形平板と考えることが出来る。扇形平板の力学的挙動は、曲率を有する形状の故に、矩形平板の挙動とは異なることが容易に想像されうる。走行荷重による矩形板の動的解析はこれまで多くの研究者によりなされているが、扇形板に対するものは少なく、Chaudhuriら[1]によるFEM解析が見られるだけである。本研究は二直線辺が単純支持、二円弧辺が自由である扇形平板の走行荷重による動的性状を明らかにすることを目的とし、Bessel関数を含む固有関数を用いたモード解析を行ない、扇形板の開角、板幅、荷重の走行位置、走行速度、板の内部減衰などが動的特性に与える影響を調べようとするものである。

2 動的応答解析

図1に取扱う扇形板の座標系を示す。開角を α 、内・外径を r_i, r_o とし、走行荷重は直線辺と中心円弧長がともに L の扇形等分布荷重 q で $r=r'$ の円弧に沿って一定の角速度 ω で走行するものとする。

動的問題のたわみ w に関する支配方程式は、

$$D \Delta \Delta w + 2\kappa \rho \dot{w} + \rho \ddot{w} = F(r, \theta, t) \quad (1)$$

ここに、 D = 板剛度、 κ = 板の内部減衰定数、 ρ = 板の単位面積当りの質量、 F = 荷重、 $\Delta = \partial^2/\partial r^2 + \partial/\partial r \partial r + \partial^2/\partial r^2 \partial \theta^2$ 、 $\dot{} = \partial/\partial t$ 、 t = 時間。

境界条件は、

$$w = M_\theta = 0 \quad (\theta = 0, \alpha), \quad M_r = V_r = 0 \quad (r = r_i, r_o) \quad (2)$$

式(1)の解は、同じ形状の扇形平板の固有関数 $W_{mn}(r, \theta)$ で表わす。

$$w(r, \theta, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} Q_{mn}(t) W_{mn}(r, \theta) \quad (3)$$

固有関数は、自由振動問題の方程式(4)と直交条件(5)を満足する。

$$D \Delta \Delta W_{mn} - \rho \omega_{mn}^2 W_{mn} = 0 \quad (4) \quad \int_0^\alpha \int_{r_i}^{r_o} W_{mn} W_{ij} r dr d\theta = \delta_{mn}^{ij} N_{mn} \quad (5)$$

式(4)の解より、 W_{mn} の具体的表示式は

$$W_{mn}(r, \theta) = R_{mn}(r) \sin M\theta, \quad R_{mn}(r) = A_{mn} J_m(\lambda_{mn} r) + B_{mn} Y_m(\lambda_{mn} r) + C_{mn} I_m(\lambda_{mn} r) + D_{mn} K_m(\lambda_{mn} r) \quad (6)$$

(4)(5)(6)式において、 $\rho_{mn} = \rho \omega_{mn}^2 / D$ 、 $\lambda_{mn} = \sqrt{\rho_{mn}^2 / D}$ 、 δ_{mn}^{ij} = クロネッカーデルタ、 $M = m\pi/\alpha$ 、 J_m, Y_m = M 次のBessel関数、 I_m, K_m = M 次の変形Bessel関数、 $A_{mn}, B_{mn}, C_{mn}, D_{mn}$ = 内外円弧辺の境界条件より定まる定数。

時間関数 $Q_{mn}(t)$ は、式(3)を式(1)に代入し、式(4)(5)を利用することにより得られる次の微分方程式の解である。

$$\ddot{Q}_{mn} + 2\kappa \dot{Q}_{mn} + \rho_{mn} Q_{mn} = \rho_{mn} Z_{mn}(t), \quad Z_{mn}(t) = (1/D \lambda_{mn}^4 N_{mn}) \int_0^\alpha \int_{r_i}^{r_o} F(r, \theta, t) W_{mn}(r, \theta) r dr d\theta \quad (7)$$

式(7)の解は準静的解(時間微分項無視) $Q_{mn}^{(s)}$ と動的解 $Q_{mn}^{(d)}$ とに分けることが出来、各々が満足すべき方程式は、

$$Q_{mn}^{(s)} = Z_{mn}(t) \quad (8-1) \quad \ddot{Q}_{mn}^{(d)} + 2\kappa \dot{Q}_{mn}^{(d)} + \rho_{mn} Q_{mn}^{(d)} = -\ddot{Z}_{mn} - 2\kappa \dot{Z}_{mn} = -\dot{Z}_{mn}^* \quad (8-2)$$

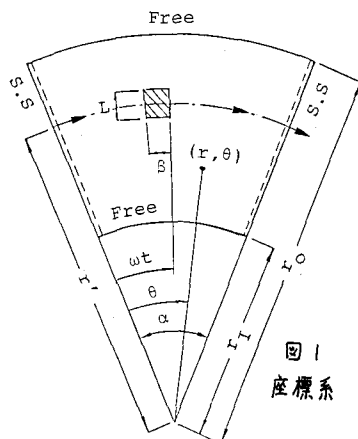
(8-2)式の解は、 $\phi = \sqrt{\rho_{mn}^2 - \kappa^2}$ とすると

$$Q_{mn}^{(d)}(t) = -\frac{1}{\phi} \int_0^t Z_{mn}^*(\tau) e^{-\kappa(t-\tau)} \sin \phi(t-\tau) d\tau + Q_{mn}^{(d)}(0) e^{-\kappa t} \cos \phi t + [\kappa Q_{mn}^{(d)}(0) + \dot{Q}_{mn}^{(d)}(0)] \frac{1}{\phi} e^{-\kappa t} \sin \phi t \quad (9)$$

で与えられるので、結局式(3)の解は

$$w(r, \theta, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (Q_{mn}^{(s)} + Q_{mn}^{(d)}) W_{mn}(r, \theta) = w^s(r, \theta, t) + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} Q_{mn}^{(d)}(t) W_{mn}(r, \theta) \quad (10)$$

と表わされ、 $w^s(r, \theta, t)$ は静的問題の解と同一であるから、既往のべき級数解(準級数)を用いることにより収束を早めることが出来る。なお式(9)の $Q_{mn}^{(d)}(0)$ 、 $\dot{Q}_{mn}^{(d)}(0)$ は初期条件より容易に決定される。



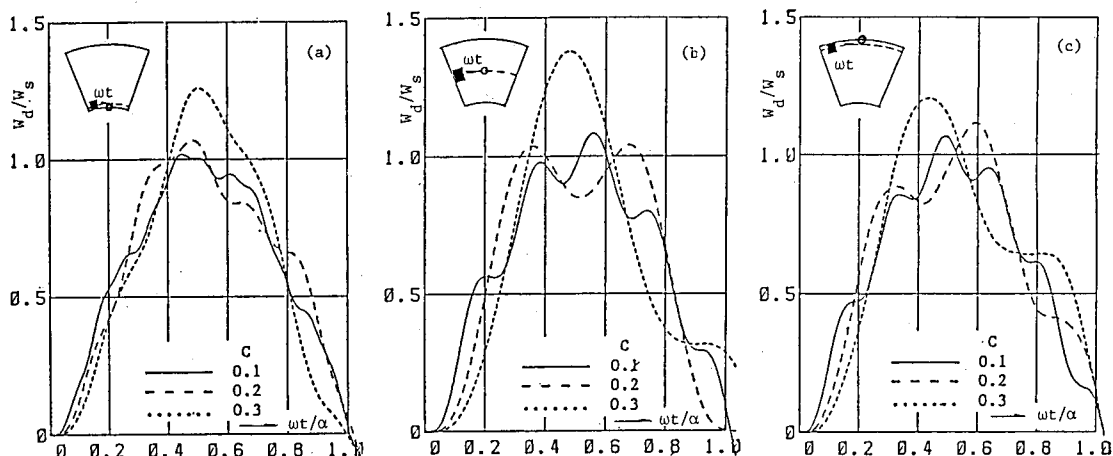


図2 たわみの動的応答曲線 ($\alpha = \pi/6, \eta = 0.7$) (a) 内円弧走行 (b) 中央円弧走行 (c) 外円弧走行

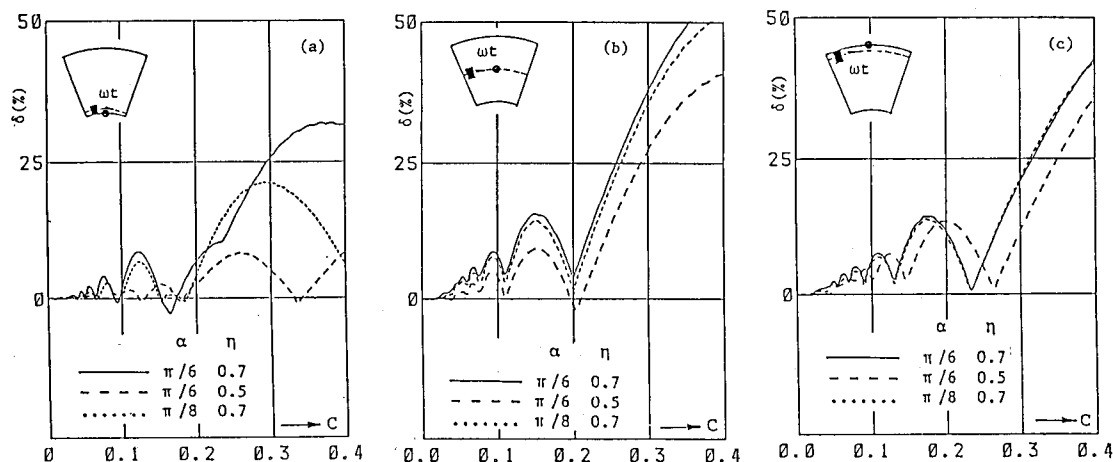


図3 たわみの動的増加率と速度パラメーター (a) 内円弧走行 (b) 中央円弧走行 (c) 外円弧走行

3 数値計算例 動的増加率 δ (%), 速度パラメーター C , 半径比 η を次のように定義する: $\delta = (w_{d,max} - w_{s,max}) / w_{s,max} \times 100$, $C = \omega / 2\alpha P_1$, $\eta = r_2 / r_0$. ポアソン比 $\nu = 0.2$, 荷重幅 $L = (r_0 - r_2) / 20$ として数値計算を行なった。図2は減衰が無い場合のたわみの動的応答曲線である。速度が増すにつれ応答曲線は一つのピークのみ持つ単調な曲線となるようであり、内円弧走行時の応答が最も変化の度合いが少ないと言える。図3は、たわみの動的増加率を表わしたものである。走行速度は内・中央・外円弧走行とも同じとし、中央走行時の速度パラメーターを基準としているため、内・外円弧走行時の C の値は中央走行時に比べ各々大きめ、小さめの値であることに注意。開角の変化よりも半径比の変化に増加率 δ は影響を受けることがわかる。図4は減衰の影響を調べたもので、対数減衰率 $d = (K / (2\pi / P_{max})) = 0.2$ の場合で減衰のない場合との差は約4%であるから、減衰の影響は小さいと言える。

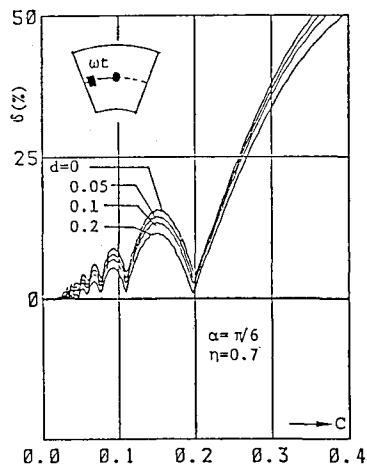


図4 たわみの動的増加率に及ぼす減衰の影響

REFERENCE: (1) S.K. Chaudhuri et al, Proc. ACSE, ST, Vol. 103, 1977.