I-176 立体骨組構造物の汎用最適設計プログラム開発に関する研究

長崎大学 工学部 正員 小西保則

1．概説　本研究は如何なる立体骨組構造物に対しても変形・応力解析が可能な汎用構造解析のプログラムを開発し，その構造解析プログラムを用いて，汎用最適設計プログラムの開発に関する研究を行った。

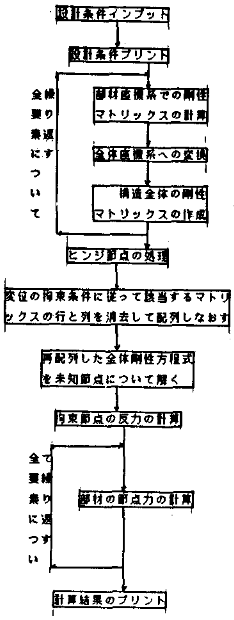
更に構造物が長大化し複雑になると変数・制約条件式共にその数が多くなるが，Suboptimization によれば，その場合でも容易に最適設計が可能であることは先に発表した。しかしながら不静定構造物の場合には，断面変化が内部応力の配分に影響するので，最適値の近似値しか求まらない。そこで全体構造の最適設計には Fully Stressed Design を用いて各部材の最適断面を求めた。

之等の手法を用いて立体骨組構造物の汎用最適設計のプログラム開発に関する研究を行い，満足ある結果を得たのでここに発表する。

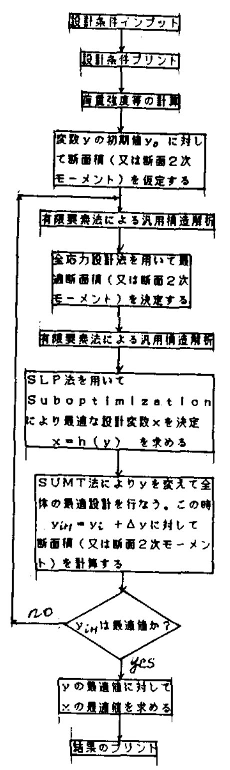
2．本手法の汎用最適設計プログラム　本手法の汎用最適設計プログラムの作成に当って，どのような立体骨組構造物についても，応力解析が出来る汎用構造解析のコンピューター プログラムの作成が必要である。構造解析の手法には，変形法と応力法があるが，応力法は汎用性がないので本研究においては汎用性のある変形法の一つである有限要素法を使用し，平面トラス・立体トラス，平面ラーメン，立体ラーメン，格子桁，2ヒンジドアーチ等なるべく多くの立体骨組構造物の解析が可能なようなプログラムを開発した。その流れ図を図－1に示す。更に汎用構造解析を使用し，Suboptimization の手法を用いて長大構造物，複雑な構造物についても最適設計が可能であるプログラムを完成したがその流れ図を図－2に示す。

3．立体骨組構造物の有限要素法による構造解析　有限要素法では，解析しようとする構造物を有限個の簡単な形状をした要素の集合体と考える。又節点に生ずる力，モーメントを節点力，変位を節点変位という。ここで節点力は節点変位の1次式で表わされる。要素 a についての節点力ベクトルを $\{f_a\}$，節点変位ベクトルを $\{\delta_a\}$，剛性マトリックスを $[K_a]$ とすると

$\{f_a\}=[K_a]\{\delta_a\}$ ------(1)　(1)式の $[K_a]$ は部材座標系の剛性マトリックスで，これは構造解析を行う時は全体座標系で表わされなければならない。節点力，節点変位ベクトルについても同様である。全体座標系の節点力ベクトル，節点変位ベクトルをそれぞれ $\{\bar{f}\}$，$\{\bar{\delta}\}$ とし，変換マトリックスを $[T]$ とすると　$\{\delta\}=[T]\{\bar{\delta}\}$ ----(2)a　，$\{f\}=[T]\{\bar{f}\}$ ----(2)b　全体座標系での剛性方程式は $\{\bar{f}\}=[T]^{-1}[K][T]\{\bar{\delta}\}$ ----(3)　である。又 $[T]^{-1}=[T]^{T}$ である。$[\bar{K}]=[T]^{T}[K][T]$ ----(4)　で $[\bar{K}]$ は全体座標系での剛性マトリックスである。構造物全体の剛性マトリックスは各要素毎の $[\bar{K}]$ を各節点ごとに加えて行けば求められ構造物全体の節点力を $\{F\}$，節点変位を $\{\Delta\}$，全体剛性マトリックスを $[K]$ とすると，構造物全体の剛性方程式は $\{F\}=[K]\{\Delta\}$ -----(5) で示される。節点力 $\{F\}$ の内には既知の外力ベクトル $\{F_2\}$ と未知の反力ベ



図－1　有限要素法による構造解析の流れ図

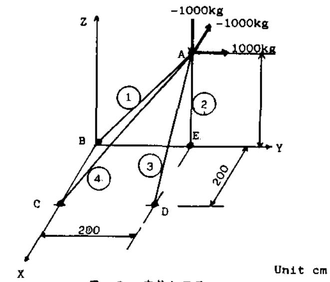


図－2　汎用最適設計プログラムの流れ図

クトル$\{F_\beta\}$に，又節点変位ベクトル$\{\Delta\}$の内容，未知変位ベクトル$\{\Delta_\alpha\}$と，既知変位ベクトル$\{\Delta_\beta\}$に分割する。それに応じて剛性マトリックス$[K]$も$[K_{\alpha\alpha}]$，$[K_{\alpha\beta}]$，$[K_{\beta\alpha}]$，$[K_{\beta\beta}]$に分割する。

$$\begin{Bmatrix} F_\alpha \\ F_\beta \end{Bmatrix} = \left[\begin{array}{c:c} K_{\alpha\alpha} & K_{\alpha\beta} \\ K_{\beta\alpha} & K_{\beta\beta} \end{array}\right] \begin{Bmatrix} \Delta_\alpha \\ \Delta_\beta \end{Bmatrix} \quad \text{----(6)}$$

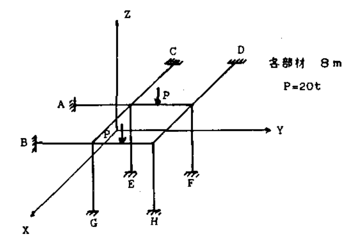
一般に$\Delta_\beta = \{0\}$（支点変位）であるので，$\{F_\alpha\} = [K_{\alpha\alpha}]\{\Delta_\alpha\} + [K_{\alpha\beta}]\{\Delta_\beta\} = [K_{\alpha\alpha}]\{\Delta_\alpha\}$ ----(7)　故に$\{\Delta_\alpha\} = [K_{\alpha\alpha}]^{-1}\{F_\alpha\}$ ------(8)　又 $\{F_\beta\} = [K_{\beta\alpha}]\{\Delta_\alpha\}$ ---　(9)　とすべての未知量が求まる。



図－3　立体トラス

4．立体骨組構造物の解析結果

（1）立体トラス：$A = 100\ cm^2$，$E = 2.1 \times 10^6\ kg/cm^2$とすると軸方向の節点力は① $-381.3kg$，② $2270.0kg$　③ $-381.3kg$　④ $-1265.0kg$ 節点AのX，Y，Z軸方向変位 U_A，V_A，W_A は $U_A = -0.02888$，$V_A = 0.02888$，$W_A = -0.02162$，（2）立体ラーメン：各支点の鉛直反力のみ示す。$A = 1.194^t$，$B = 2,387^t$，$C = 2,950^t$，$D = 3.102^t$，$E = 5,676^t$，$F = 6.4^t$，$G = 8,215^t$，$H = 10.08^t$ である。



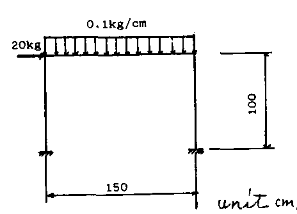
図－4　立体ラーメン

5．最適設計例

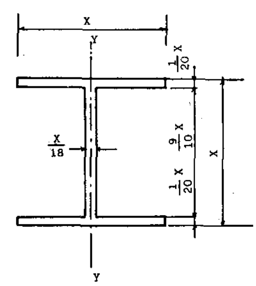
最適設計例として図－5に示すラーメンについて，最小重量を目的関数とする最適断面を求めた。設計変数としてはH型断面（図－6）の部材幅X_1，X_2，X_3とする。断面積は$A = 0.15X^2$，断面2次モーメント$I_Y = 0.0083462X^4$となる。目的関数は

$$Z = R_0 \times \sum_{I=1}^{3} (A(I) \times L(I)) \rightarrow min. \quad \text{----(10)}$$

ここに$R_0 = 0.785 \times 10^{-5}\ kg/cm^2$，$L(I)$＝部材長さである。制約条件式としては，簡単のため応力の制限だけを考えた。又許容応力$\sigma_a = 500\ kg/cm^2$とした。M：作用モーメント，N：作用部材軸力とし，作用応力をσとすると



図－5　門型1層ラーメン



図－6　H型断面寸法図

$$\sigma = \left|\frac{N}{0.15X^2}\right| \pm \left|\frac{M}{0.00166924X^3}\right| \quad \text{--(11)}$$

制約条件式は$\sigma/\sigma_a - 1 \leq 0$ ---(12)となる。従って(12)を制約条件式とし(10)を目的関数として，SLP法，SUMT法によって最適設計を行った。結果を表－1に示す。

表－1　ラーメン最適設計結果の値

手法		SLP1	SLP2	SLP3	SUMT1	SUMT2	SUMT3
初期値	x_1^0	5.85	5.85	6.00	5.60	5.60	6.00
	x_2^0	3.18	3.18	3.50	3.50	3.50	3.50
	x_3^0	3.16	3.16	3.50	3.50	3.50	4.00
最適値	x_1	5.80	5.75	5.82	5.85	5.81	5.80
	x_2	3.22	3.25	3.21	3.24	3.22	3.22
	x_3	3.23	3.26	3.20	3.25	3.22	3.23
罰金関数F					7.242	7.032	7.030
目的関数Z		7.013	7.016	7.010	7.139	7.029	7.027
収束判定値	ε_1	0.001	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
	ε_2	0.001	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
	ε_3				1.0	0.01	0.01
A　又はRk		0.1	0.1	0.2	1.0	1.0	1.0
繰り返し回数		29 収束せず	12	28			

6．結論

表－1によればSLP法，又はSUMT法の2方法を比較し，又初期値を変えて最適値を求めたが，いずれもほとんど同じ値に収束しているので本方法による最適設計プログラムは妥当性あり，又全体的最適値に収束している。